



BDA015 Stavební mechanika 1

13. přednáška

- Složená namáhání prutu

doc. Ing. Hana Šimonová, Ph.D. (Hana.Simonova@vut.cz)

OSOVÉ NAMÁHÁNÍ

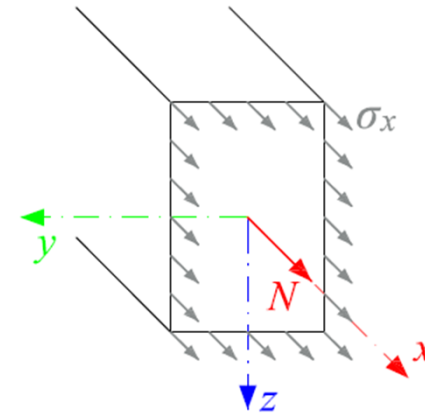
- v průřezu působí pouze normálová síla N
- prostý (dostředný) tah nebo tlak

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

PROSTÝ SMYK

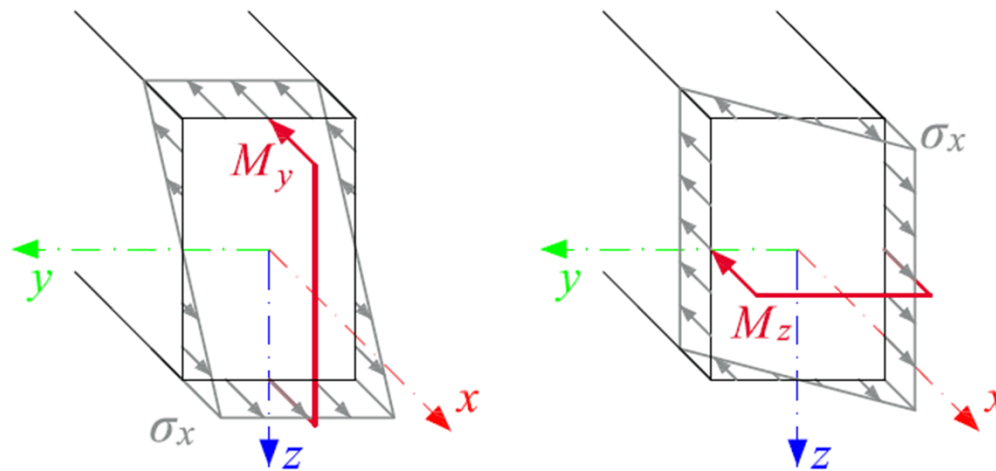
- v průřezu působí pouze posouvající síla V_y nebo V_z
- zpravidla ve spojích prvků namáhaných tahem

$$\tau = \frac{V}{A}$$



PROSTÝ A TECHNICKÝ OHYB

- vyvolaný pouze ohybovým momentem M_y nebo M_z



$$\sigma_x = \frac{M_y}{I_y} \cdot z = \frac{M_y}{W_y}$$

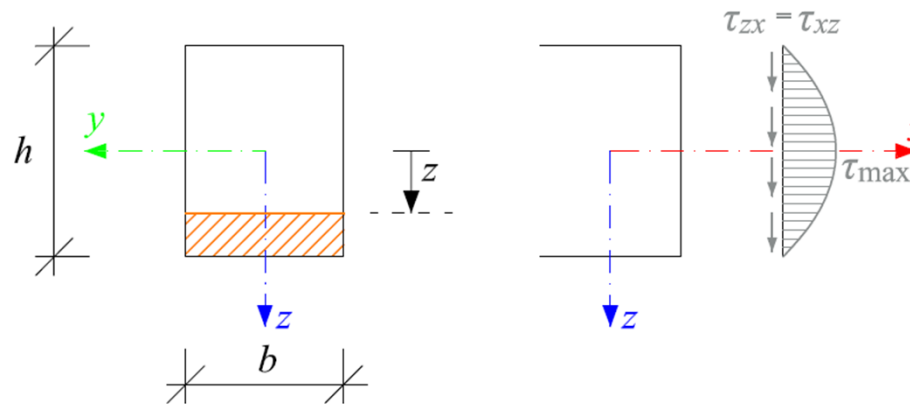
$$\sigma_x = -\frac{M_z}{I_z} \cdot y = -\frac{M_z}{W_z}$$

- technický ohyb – příčné zatížení → ohybový moment + posouvající síla

SMYK ZA OHYBU

- pokud není nosník namáhán prostým ohybem, vznikají v průřezech posouvající síly → smyková napětí

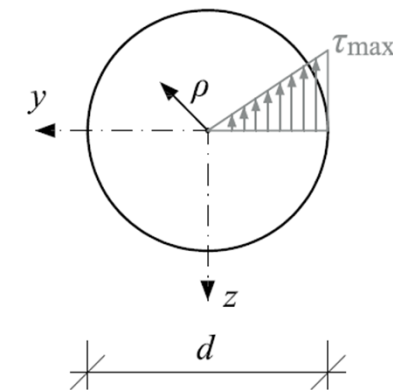
$$\tau_{zx} = \frac{V \cdot \bar{S}_y(z)}{I_y \cdot b(z)}$$



KROUCENÍ

- na průřez působí pouze kroučící moment M_x (kolem podélné osy)

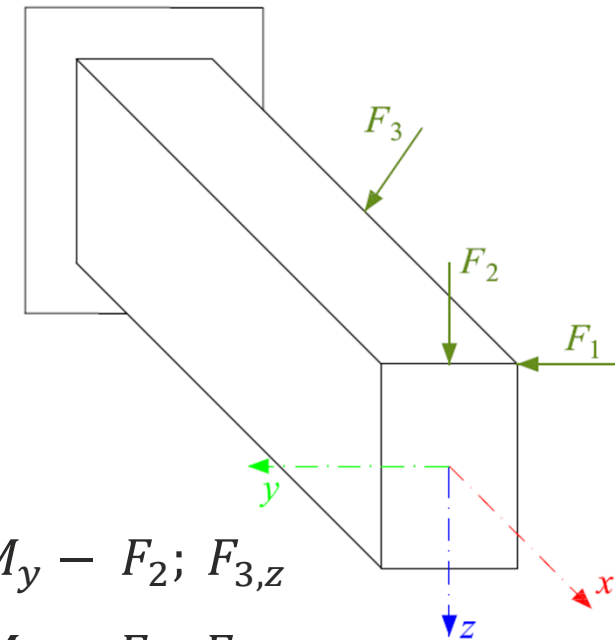
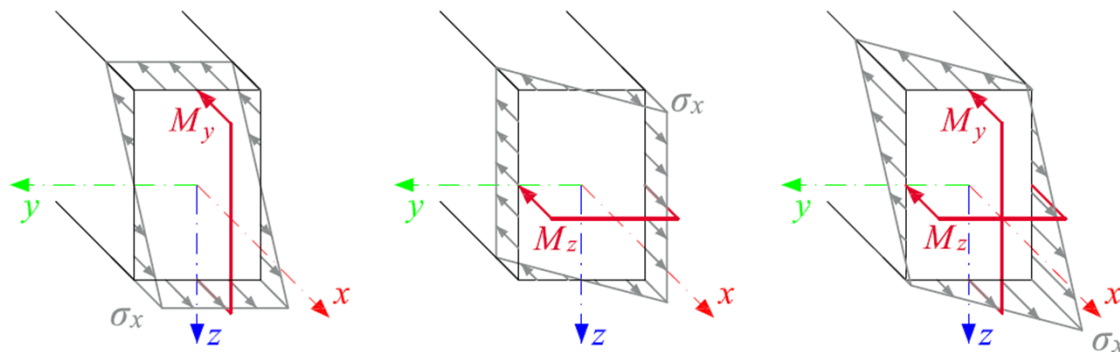
$$\tau_{max} = \frac{M_x}{I_t} \cdot \rho_{max} \rightarrow \tau_{max} = \frac{M_x}{W_t}$$



PROSTOROVÝ (OBECNÝ) OHYB

- vnější síly procházejí osou prutu, ale neleží v jedné hlavní rovině (dané osou prutu a některou z hlavních os setrvačnosti průřezu)
- superpozice dvou rovinných ohybů M_y nebo M_z

$$\sigma_x = \frac{M_y}{I_y} \cdot z - \frac{M_z}{I_z} \cdot y$$



$$M_y = F_2; F_{3,z}$$

$$M_z = F_1; F_{3,y}$$

PROSTOROVÝ (OBECNÝ) OHYB

- poloha neutrální osy

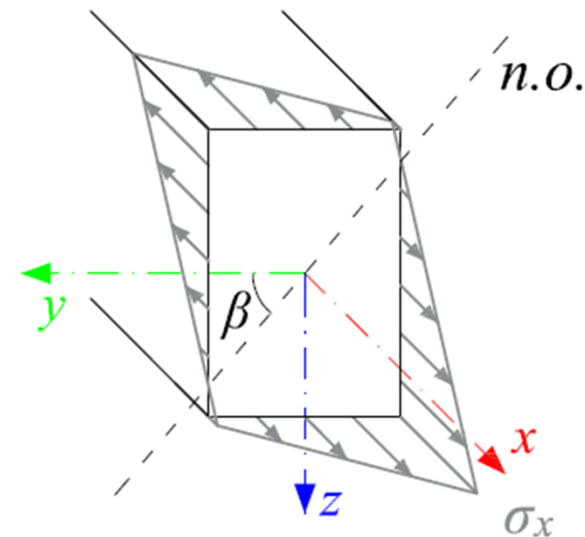
$$\sigma_x = \frac{M_y}{I_y} \cdot z - \frac{M_z}{I_z} \cdot y = 0$$

splněno při $y = z = 0 \rightarrow$ n.o. prochází těžištěm

- pootočení neutrální osy

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{z}{y} = \frac{M_z}{M_y} \cdot \frac{I_y}{I_z}$$

- v bodech ležících na rovnoběžkách s n.o. jsou normálová napětí shodná
- extrémní hodnoty napětí jsou v bodech nejvzdálenějších od n.o.

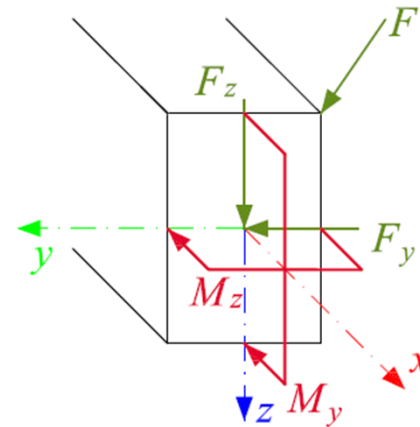
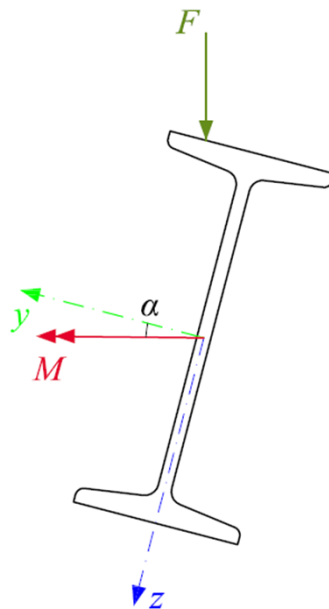


ŠIKMÝ OHYB

- zvláštní případ prostorového ohybu
- zatížení leží v jedné rovině, která není jednou z hlavních rovin
- určíme výsledný ohybový moment M , který rozložíme do směru hlavních os

$$M_y = M \cdot \cos \alpha$$

$$M_z = M \cdot \sin \alpha$$



MIMOSTŘEDNÝ (EXCENTRICKÝ) TAH A TLAK

- kombinace tahu nebo tlaku s ohybem
- v průřezu působí současně normálová síla N a alespoň jedna složka ohybového momentu M_y a/nebo M_z

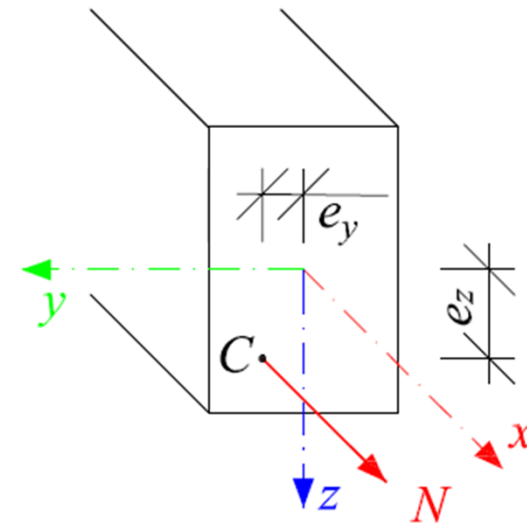
$$\sigma_x = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y} \cdot z - \frac{M_z}{I_z} \cdot y$$

$$M_y = N \cdot e_z$$

$$M_z = -N \cdot e_y$$

e_y, e_z – složky excentricity,
kladné podle souřadnicových os

- může být vyvolán kombinací ohybu vyvozeného příčným zatížením a osových sil
- oslabením průřezu



MIMOSTŘEDNÝ (EXCENTRICKÝ) TAH A TLAK

- poloha neutrální osy

$$\sigma_x = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y} \cdot z - \frac{M_z}{I_z} \cdot y$$

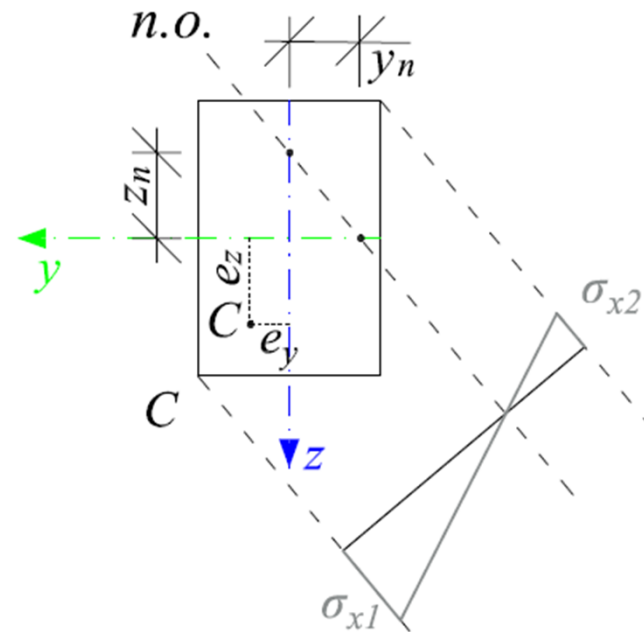
$$M_y = N \cdot e_z; M_z = -N \cdot e_y$$

$$i_y^2 = \frac{I_y}{A}; i_z^2 = \frac{I_z}{A}$$

$$\sigma_x = \frac{N}{A} + \frac{N \cdot e_z}{A \cdot i_y^2} \cdot z - \frac{(-N \cdot e_y)}{A \cdot i_z^2} \cdot y \rightarrow$$

$$\sigma_x = \frac{N}{A} \left(1 + \frac{e_z}{i_y^2} \cdot z + \frac{e_y}{i_z^2} \cdot y \right) = 0 \rightarrow$$

$$z = 0 \rightarrow y_n = -\frac{i_z^2}{e_y}; y = 0 \rightarrow z_n = -\frac{i_y^2}{e_z}$$



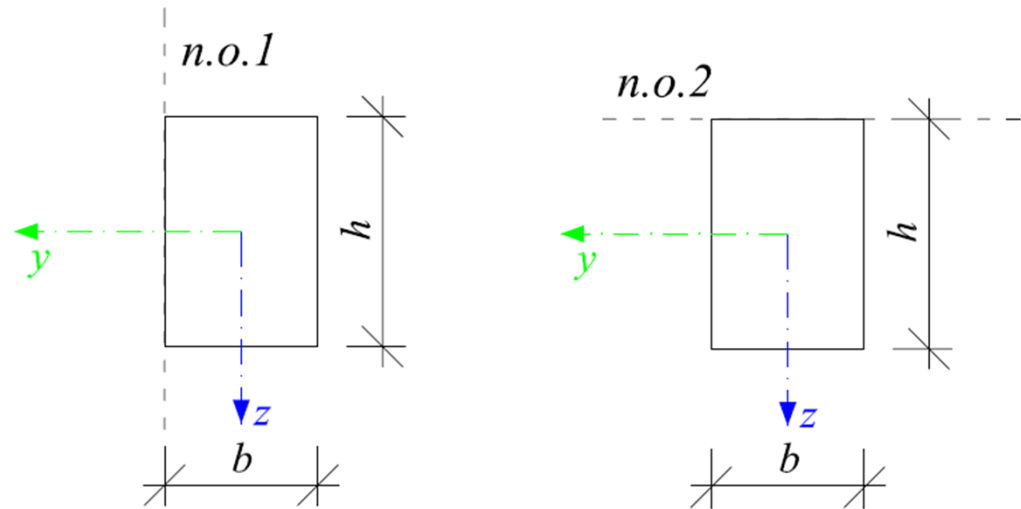
- vyloučení tahových napětí v průřezu namáhaných mimostředním tlakem
- neutrální osa musí procházet mimo průřez nebo se ho dotýká
→ možné polohy působišť vnitřních sil zaplňují tzv. JÁDRO PRŮŘEZU

JÁDRO PRŮŘEZU

- určitá oblast v okolí těžiště průřezu, ve které musí působit výslednice vnitřních sil, aby v celém průřezu vznikla normálová napětí téhož znaménka (je-li síla tlaková, nevzniknou tedy tahová napětí)
- je určeno obrysem, tzv. **jádrovou čarou** (geometrické místo působišť mimostředné síly pro případ, kdy se neutrální osa dotýká průřezu)
- jádrovou čáru získáme tak, že klademe neutrální osu postupně do všech tečných poloh k obrysu průřezu
- úseky, které vytíná neutrální osa na souřadnicových osách, jsou známé, dané volbou polohy neutrální osy → odpovídající souřadnice jádrové čáry jsou excentricitami myšlené síly pohybující se po jádrové čáře

$$y_n = -\frac{i_z^2}{e_y}; z_n = -\frac{i_y^2}{e_z} \rightarrow y_c = e_y = -\frac{i_z^2}{y_n}; z_c = e_z = -\frac{i_y^2}{z_n}$$

- $y_c = -\frac{i_z^2}{y_n}; z_c = -\frac{i_y^2}{z_n}$
- $A = b \cdot h$
- $I_y = \frac{1}{12} b \cdot h^3 \rightarrow i_y^2 = \frac{I_y}{A} = \frac{1}{12} \cdot h^2$
- $I_z = \frac{1}{12} h \cdot b^3 \rightarrow i_z^2 = \frac{I_z}{A} = \frac{1}{12} \cdot b^2$

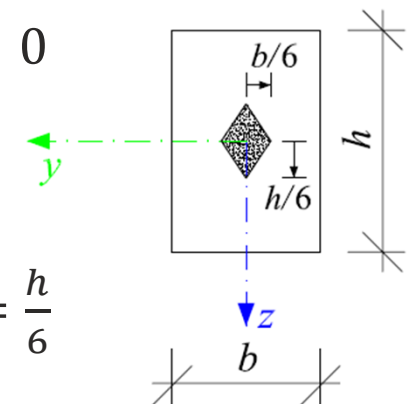


- poloha neutrální osy 1

$$y_{n1} = \frac{b}{2} \rightarrow y_{c1} = -\frac{\frac{1}{12} \cdot b^2}{\frac{b}{2}} = -\frac{b}{6}; z_{n1} = \infty \rightarrow z_{c1} = -\frac{\frac{1}{12} \cdot h^2}{\infty} = 0$$

- poloha neutrální osy 2

$$y_{n2} = \infty \rightarrow y_{c2} = -\frac{\frac{1}{12} \cdot b^2}{\infty} = 0; z_{n2} = -\frac{h}{2} \rightarrow z_{c1} = -\frac{\frac{1}{12} \cdot h^2}{-\frac{h}{2}} = \frac{h}{6}$$



PODLE TYPU NAPJATOSTI

JEDNOOSÁ NAPJATOST

- napětí v průřezu (řezu kolmém k ose prutu) → normálová napětí rovnoběžná s osou prutu
- pro různé kombinace základních typů namáhání se liší průběhem hodnot po ploše vyšetřovaného průřezu (spojnice hodnot napětí tvoří rovinu)
 $|\sigma_{\max}| \leq f_d$

ROVINNÁ NAPJATOST

σ_x, σ_y – ohyb + tah/tlak; τ_{xy} – smyk

→ transformace napětí ⇒ HLAVNÍ NAPĚTÍ (SROVNÁVACÍ)

$$|\sigma_1, \sigma_2| \leq f_d$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$$