

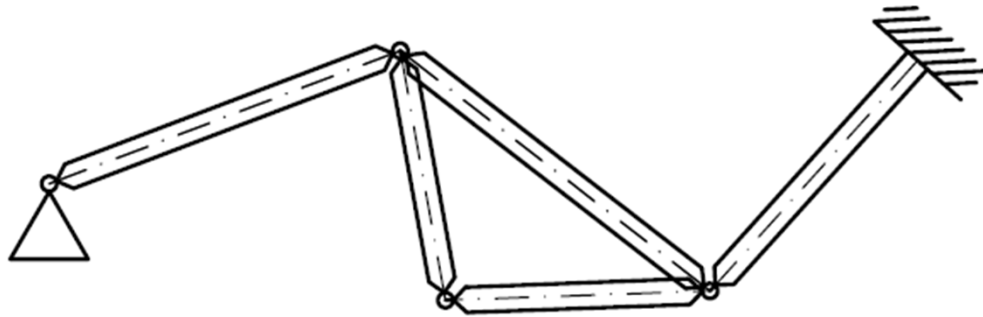


BDA015 Stavební mechanika 1

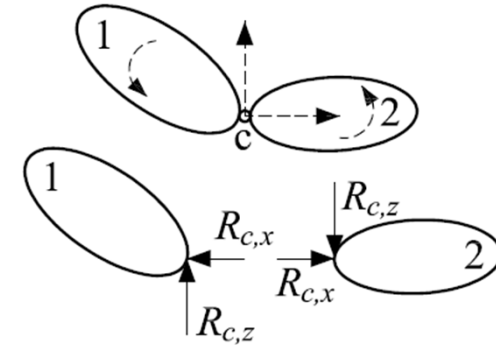
8. přednáška

- Rovinné složené nosníkové soustavy

doc. Ing. Hana Šimonová, Ph.D. (Hana.Simonova@vut.cz)

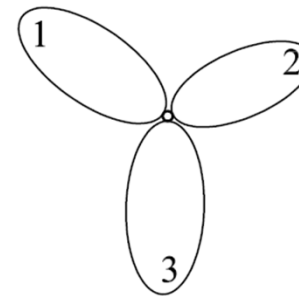


$$3 \cdot 2 - 2 \cdot (2 - 1) \cdot 1 = 4$$

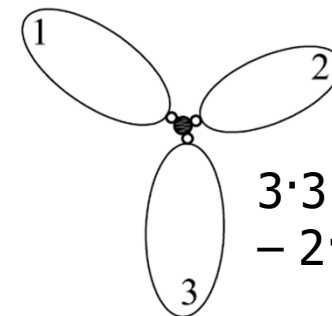
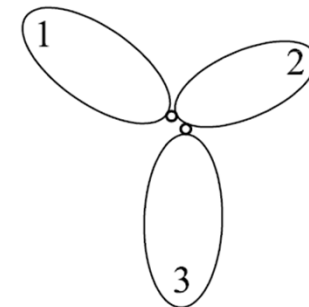


- **Hmotný bod** – 2 stupně volnosti
- **Tuhá deska** – 3 stupně volnosti
- **Vnitřní vazby** – vnitřní kloub
 - jednoduchý – ruší 2 stupně volnosti
 - vícenásobný – ruší $2 \times (n - 1)$ stupňů volnosti;
 n – počet desek spojených kloubem
- **Vnější vazby** – kyvný prut, posuvný kloub, pevný kloub, vetknutí (viz 2. přednáška)

$$3 \cdot 3 - 2 \cdot 2 \cdot 1 = 5$$



$$3 \cdot 3 - 2 \cdot 1 \cdot 2 = 5$$

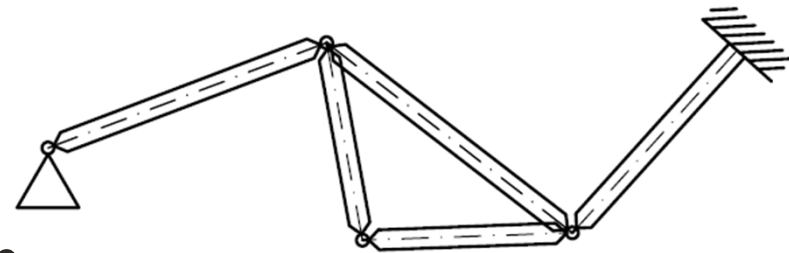


$$3 \cdot 3 + 2 \cdot 1 - 2 \cdot 1 \cdot 3 = 5$$

STATICKÁ A KINEMATICKÁ URČITOST

$$2b + 3d = a_1 + 2a_2 + 3a_3 + 2 \sum_{n=2,3,4,\dots} (n-1)k_n$$

- b – počet hmotných bodů
- d – počet tuhých desek
- a_1 – počet jednoduchých vnějších vazeb
- a_2 – počet dvojnásobných vnějších vazeb
- a_3 – počet trojnásobných vnějších vazeb
- k_n – počet vnitřních kloubů spojujících n desek



$$3 \cdot 5 = 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1 + 2 \cdot ((3-1) \cdot 2 + (2-1) \cdot 1)$$

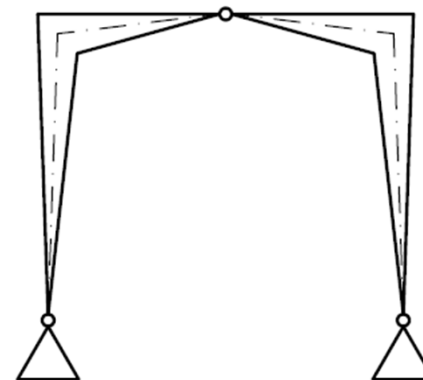
$15 = 15 \rightarrow$ soustava je staticky a kinematically určitá

ZÁKLADNÍ TYPY

- **trojkloubová soustava**

$$d = 2, a_2 = 2, k_2 = 1$$

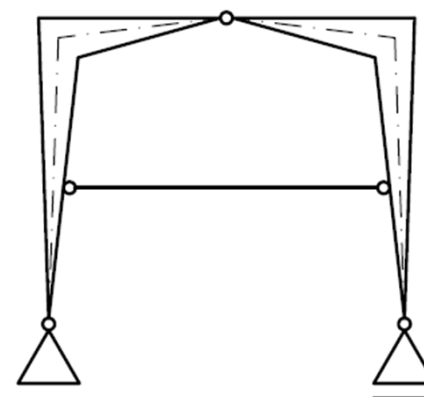
$$3 \cdot 2 = 2 \cdot 2 + 2 \cdot (2 - 1) \cdot 1 \rightarrow \text{SU}$$



- **trojkloubová soustava s táhlem**

$$d = 2, a_1 = 2, a_2 = 1, k_2 = 1$$

$$3 \cdot 2 = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot (2 - 1) \cdot 1 \rightarrow \text{SU}$$



ZÁKLADNÍ TYPY

- **Gerberův nosník** (přímý spojitý nosník s vnitřními klouby)



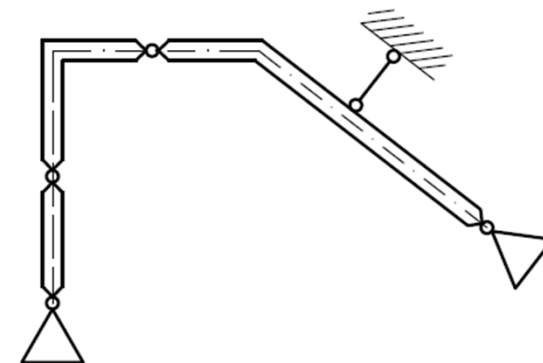
$$d = 3, a_1 = 3, a_2 = 1, k_2 = 2$$

$$3 \cdot 3 = 1 \cdot 3 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot (2 - 1) \cdot 2 \rightarrow \text{SU}$$

- **obecná složená soustava**

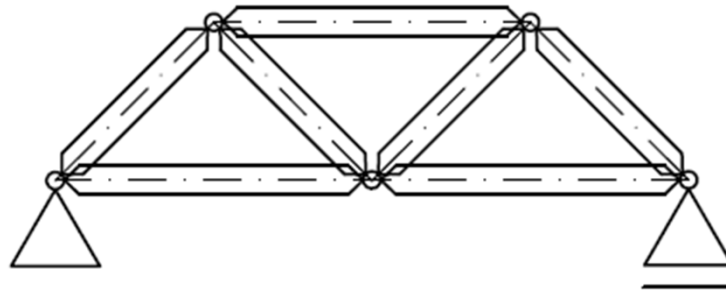
$$d = 3, a_1 = 1, a_2 = 2, k_2 = 2$$

$$3 \cdot 3 = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot (2 - 1) \cdot 2 \rightarrow \text{SU}$$



ZÁKLADNÍ TYPY

- **kloubová prutová soustava** (příhradový nosník)

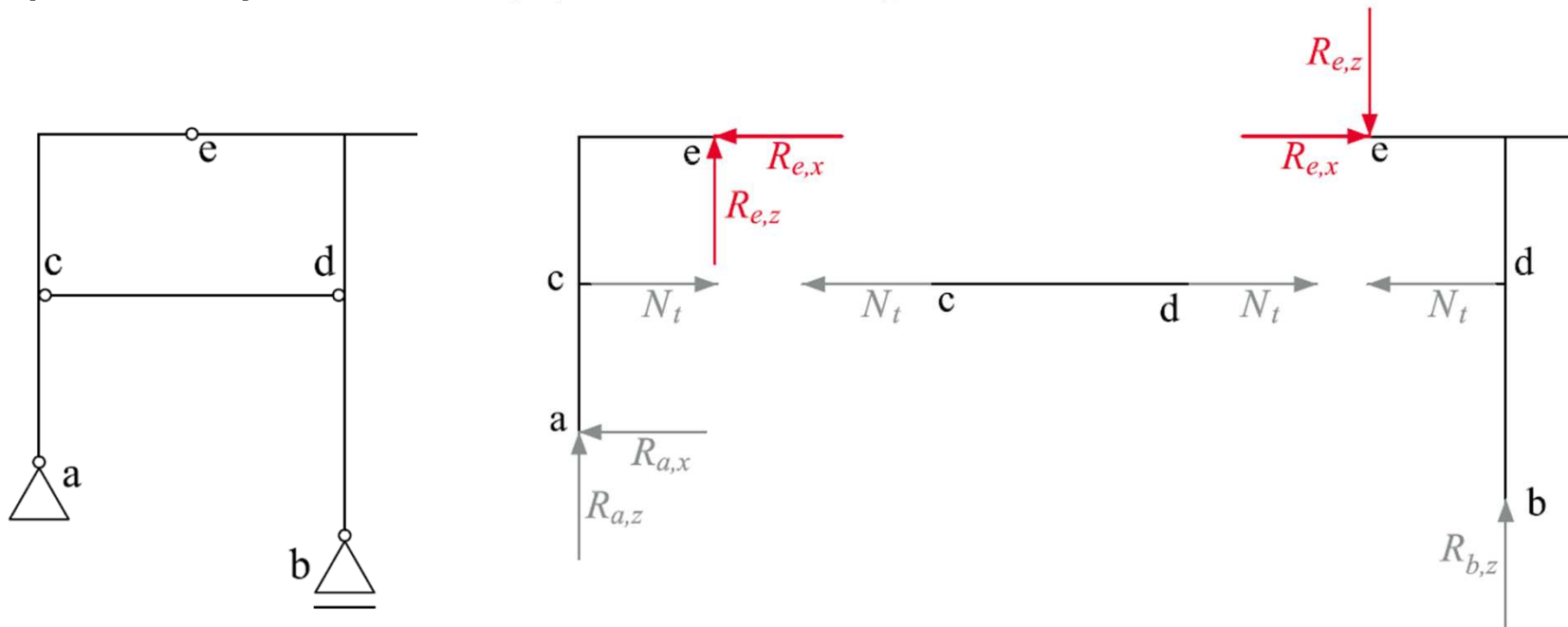


$$d = 7, a_1 = 1, a_2 = 1, k_2 = 2, k_3 = 2, k_4 = 1$$

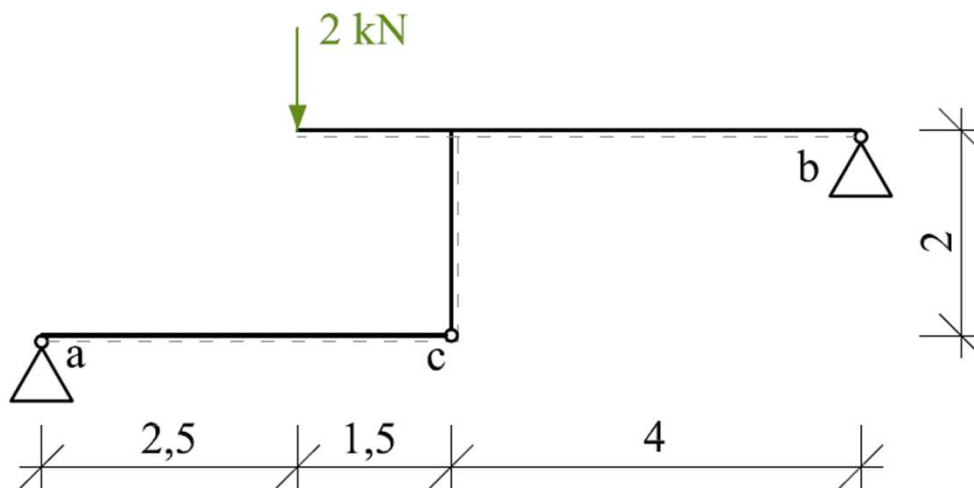
$$3 \cdot 7 = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot ((2 - 1) \cdot 2 + (3 - 1) \cdot 2 + (4 - 1) \cdot 1) \rightarrow \text{SU}$$

STATICKÉ ŘEŠENÍ ROVINNÝCH SOUSTAV

- rozpojení částí v kloubech a nahrazení interakce dvěma silami
- 3 podmínky rovnováhy na každé uvolněná části
- 3 podmínky rovnováhy pro soustavu jako celek

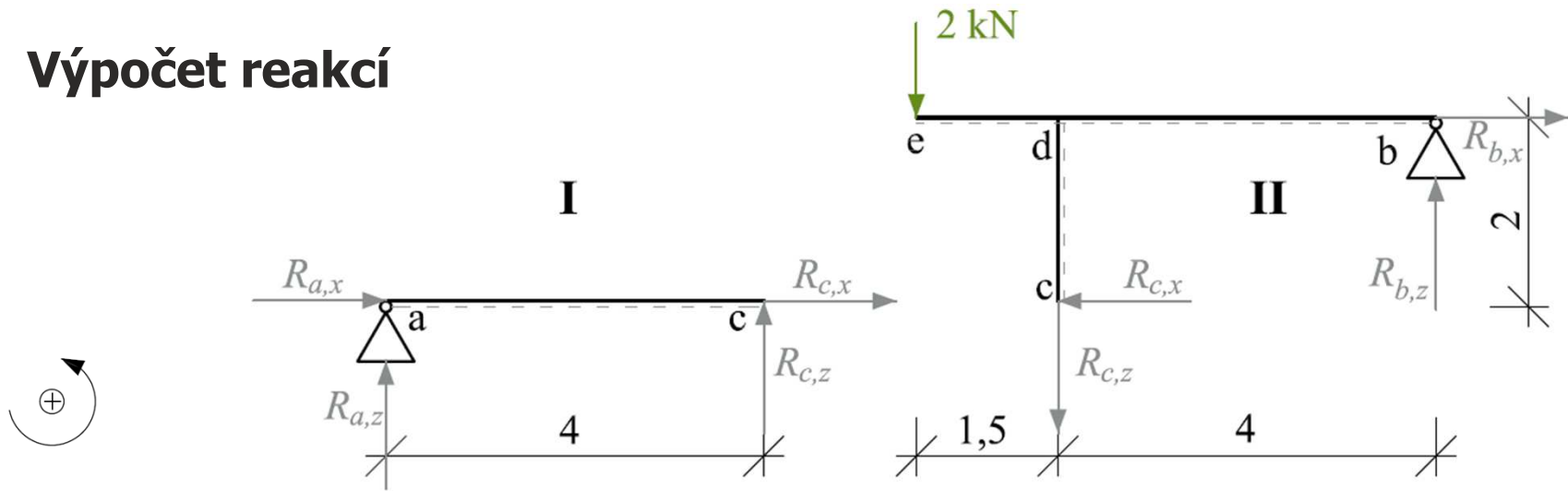


Vykreslete průběhy vnitřních sil

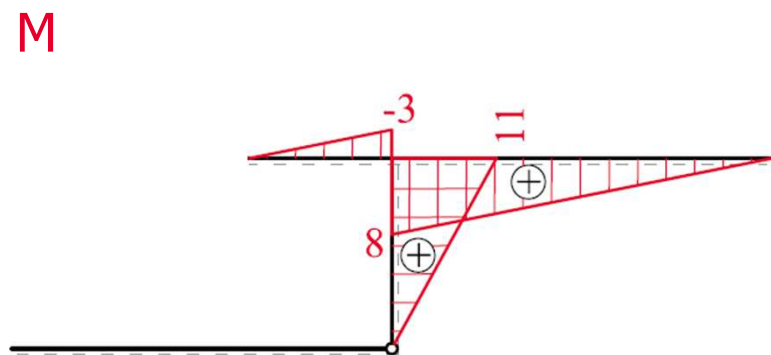
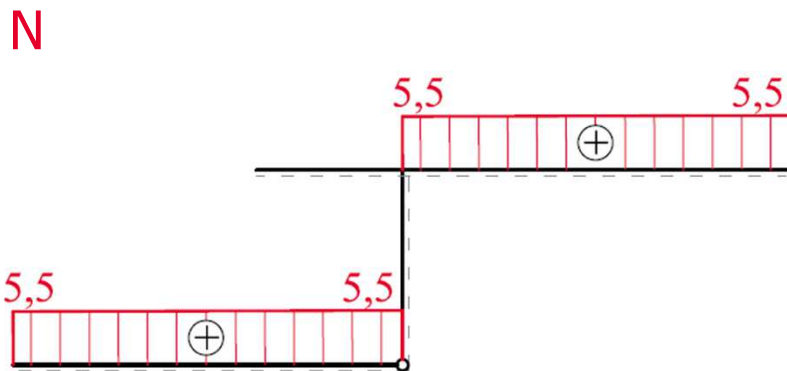
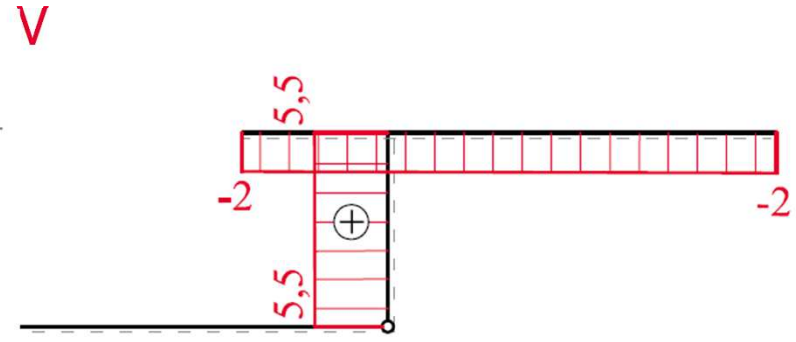
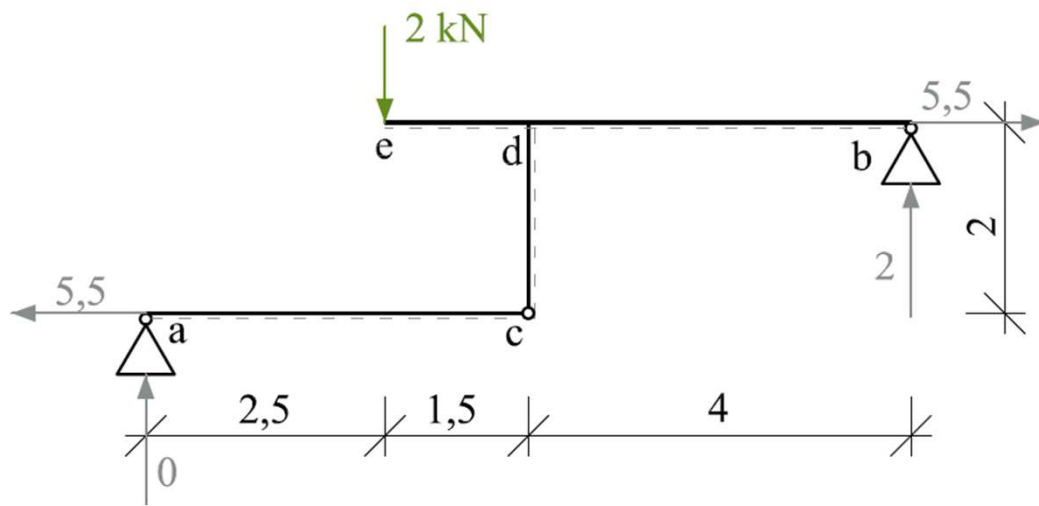


FAST TROJKLOUBOVÝ NOSNÍK

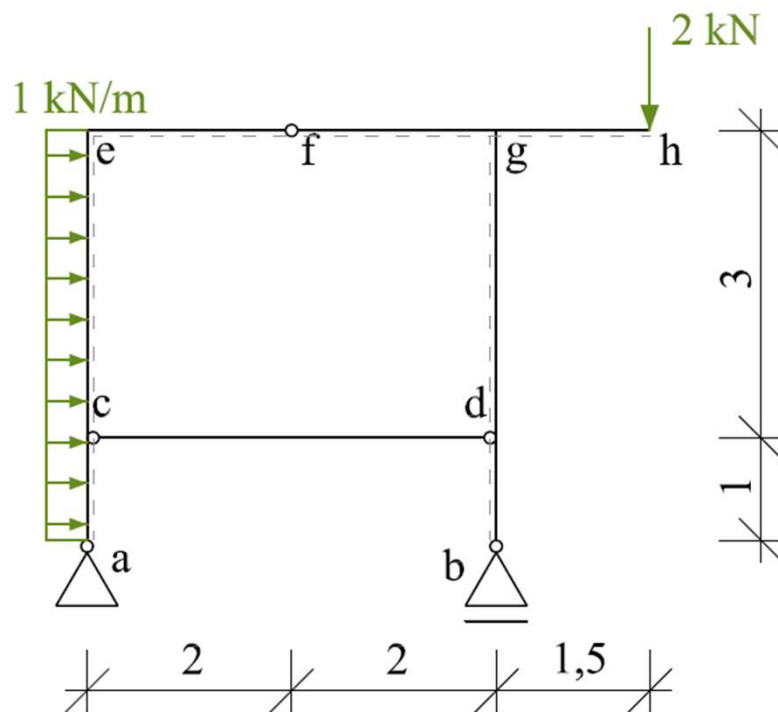
1) Výpočet reakcí



- $\sum M_{ic}^l = 0$ (I)
 $-R_{a,z} \cdot 4 = 0 \rightarrow R_{a,z} = 0 \text{ kN} \rightarrow R_{c,z} = 0 \text{ kN}$
- $\sum M_{ib} = 0$ (II)
 $2 \cdot 5,5 - R_{c,x} \cdot 2 = 0 \rightarrow R_{c,x} = 5,5 \text{ kN} \rightarrow R_{b,x} = 5,5 \text{ kN} \rightarrow R_{a,x} = -5,5 \text{ kN}$
- $\sum M_{ic} = 0$ (II)
 $R_{b,z} \cdot 4 - R_{b,x} \cdot 2 + 2 \cdot 1,5 = 0 \rightarrow R_{b,z} = 2 \text{ kN}$

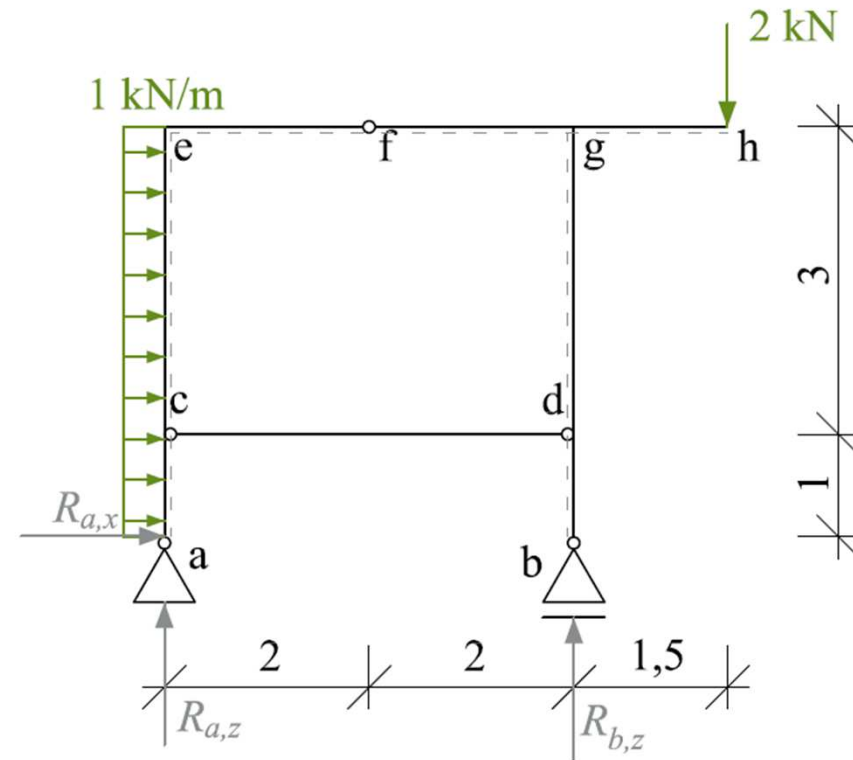


Vykreslete průběhy vnitřních sil

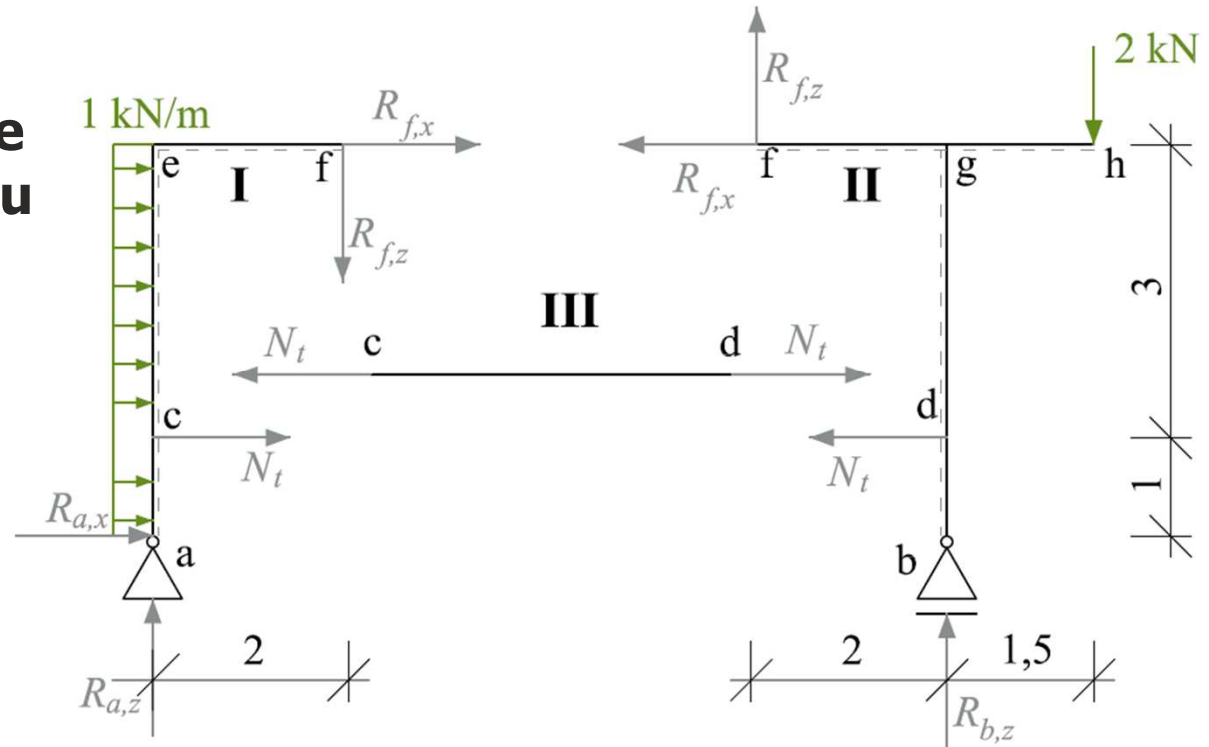



1) Výpočet reakcí

- $\sum F_{i,x} = 0 \quad \rightarrow \oplus$
 $R_{a,x} + 1 \cdot 4 = 0 \rightarrow R_{a,x} = -4 \text{ kN}$
- $\sum M_{ia} = 0 \quad \rightarrow \oplus$
 $-1 \cdot 4 \cdot 2 - 2 \cdot 5,5 + R_{b,z} \cdot 4 = 0$
 $\rightarrow R_{b,z} = 4,75 \text{ kN}$
- $\sum M_{ib} = 0$
 $-R_{a,z} \cdot 4 - 1 \cdot 4 \cdot 2 - 2 \cdot 1,5 = 0$
 $\rightarrow R_{a,z} = -2,75 \text{ kN}$

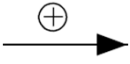


2) Výpočet síly v táhle a interakcí v kloubu

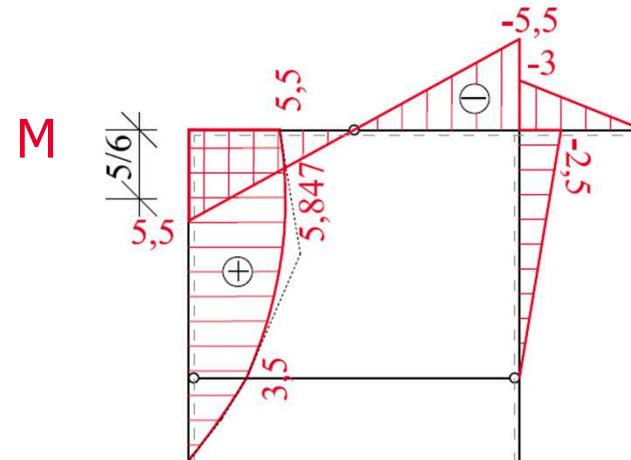
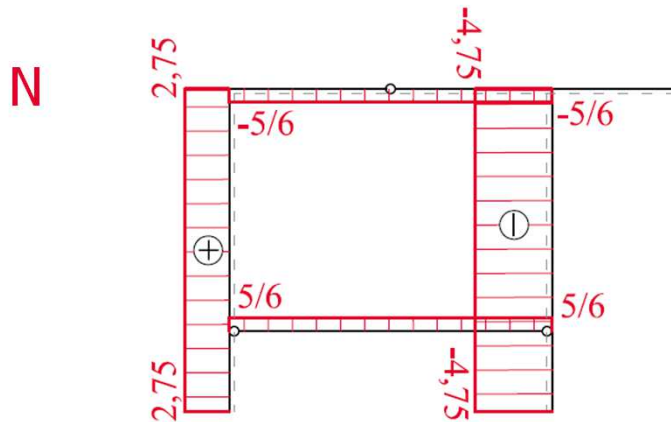
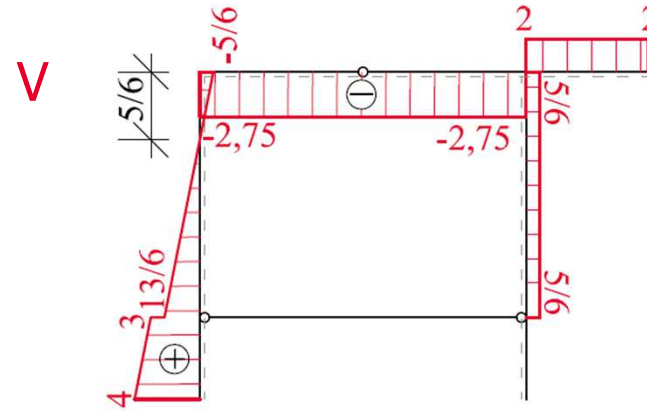
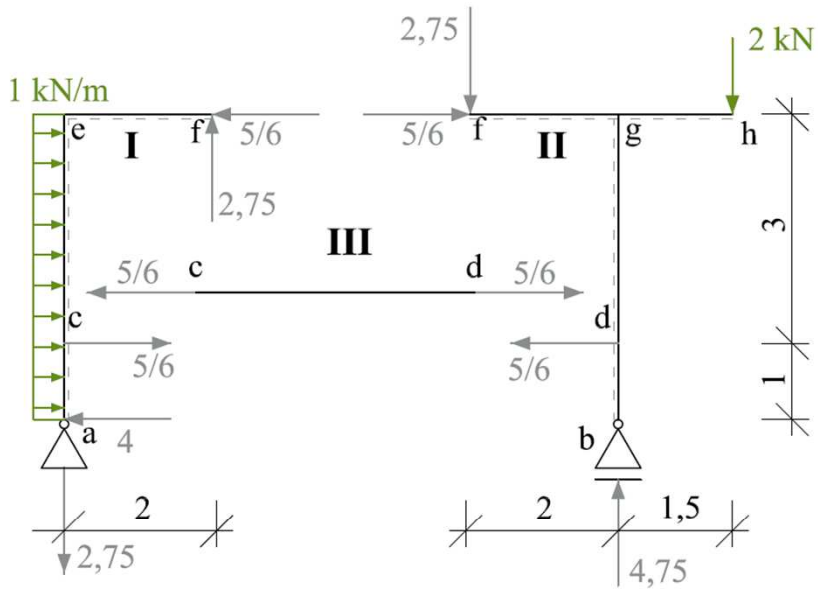


- $\sum M_{if} = 0$ (I) 

$$R_{a,x} \cdot 4 - R_{a,z} \cdot 2 + 1 \cdot 4 \cdot 2 + N_t \cdot 3 = 0 \rightarrow N_t = \frac{5}{6} \text{ kN}$$

- $\sum F_{i,x} = 0$ (II); $-R_{f,x} - N_t = 0 \rightarrow R_{f,x} = -\frac{5}{6} \text{ kN}$ 

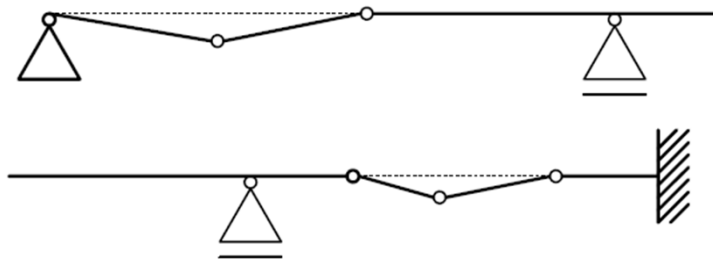
- $\sum M_{ib} = 0$ (II); $R_{f,x} \cdot 4 - R_{f,z} \cdot 2 - 2 \cdot 1,5 + N_t \cdot 1 = 0 \rightarrow R_{f,z} = -2,75 \text{ kN}$



$$M_{x_p} = 3,5 + \frac{1}{2} \cdot \frac{13}{6} \cdot \frac{13}{6} = 5,847 \text{ kNm}$$

T FAST GERBERŮV NOSNÍK

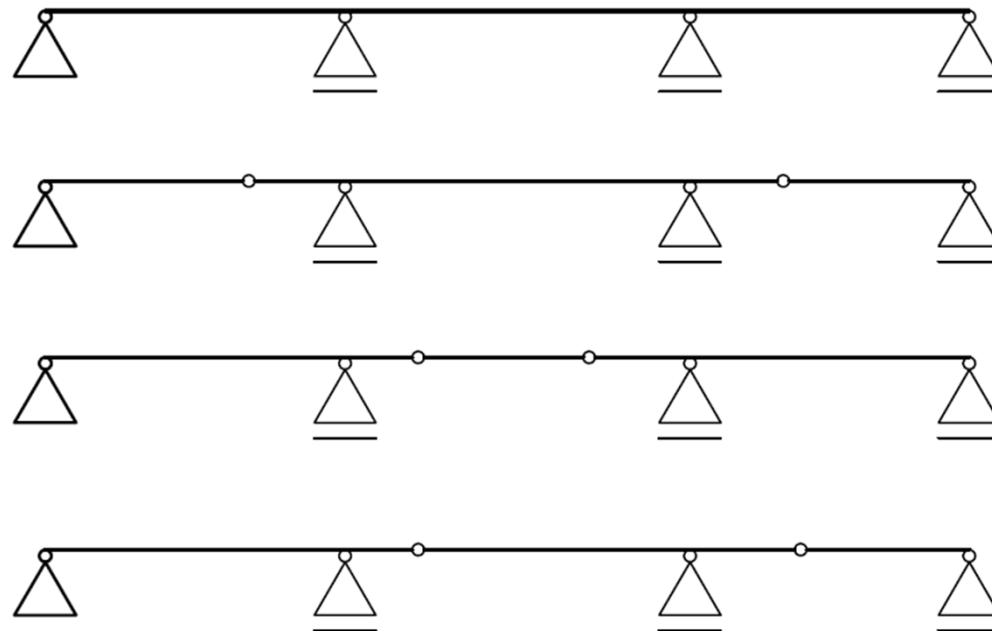
- spojitý nosník s vnitřními klouby – staticky určitý
- pouze 1 neposuvná podpora
- bez nestabilních částí (3 klouby v řadě!)



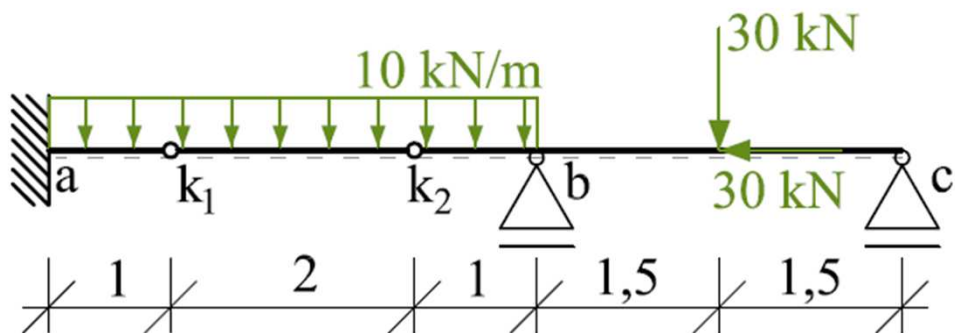
- max 1 kloub – v krajním poli zakončeném pevným nebo posuvným kloubem
- max 2 klouby – v krajním poli s vetknutým koncem, ve vnitřním poli
- min 1 kloub – v krajním poli s vetknutým koncem

T FAST GERBERŮV NOSNÍK

- uspořádání 2 vnitřních kloubů spojitého nosníku o třech polích



Vykreslete průběhy vnitřních sil



FAST GERBERŮV NOSNÍK

1) Výpočet reakcí a interakcí v kloubech

- $\sum F_{i,z} = 0$ (I)

$$R_{k1,z} = R_{k2,z} = 10 \text{ kN}$$

- $\sum M_{ib} = 0$ (II)

$$10 \cdot 1 + 10 \cdot 1 \cdot 0,5 - 30 \cdot 1,5 + R_{c,z} \cdot 3 = 0 \rightarrow R_{c,z} = 10 \text{ kN}$$

- $\sum M_{ic} = 0$ (II)

$$10 \cdot 4 + 10 \cdot 1 \cdot 3,5 - R_{b,z} \cdot 3 + 30 \cdot 1,5 = 0 \rightarrow R_{b,z} = 40 \text{ kN}$$

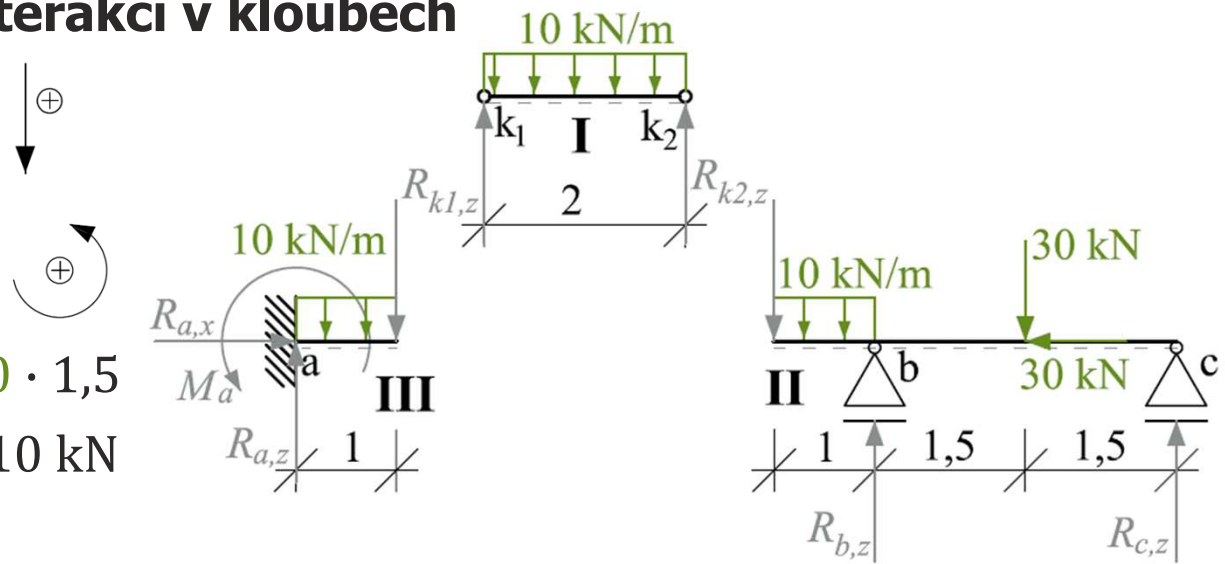
- $\sum F_{i,z} = 0$ (III)

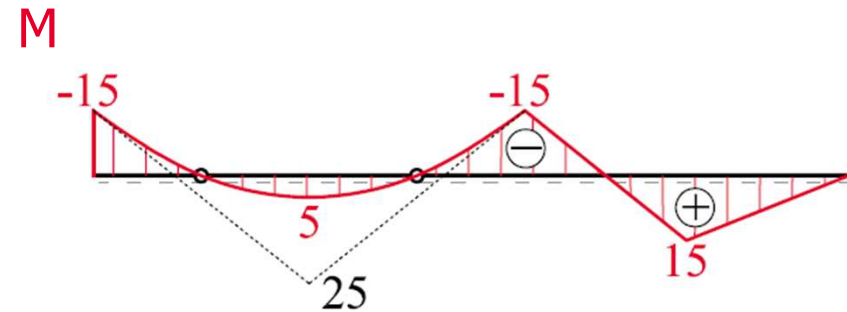
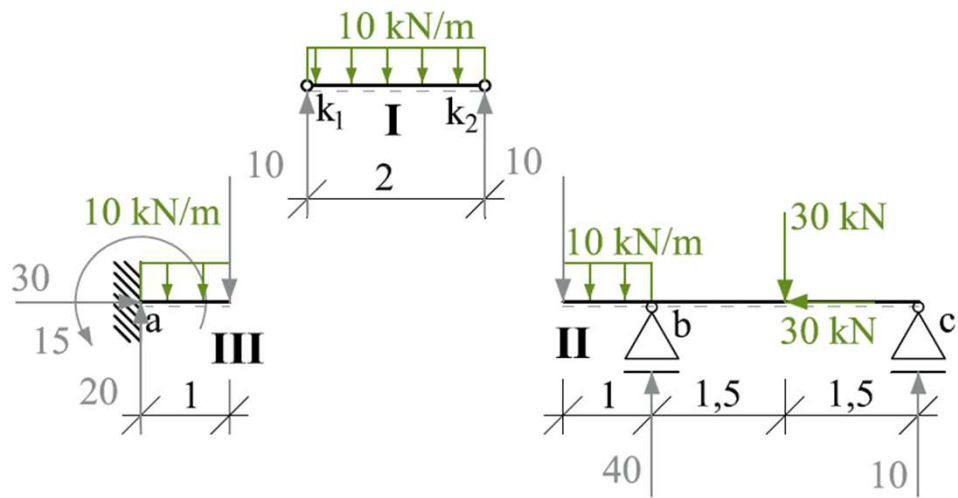
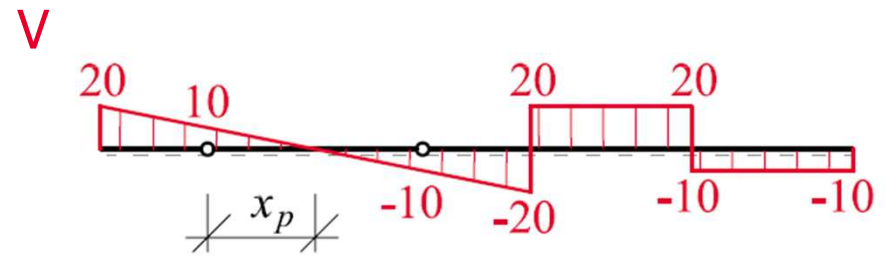
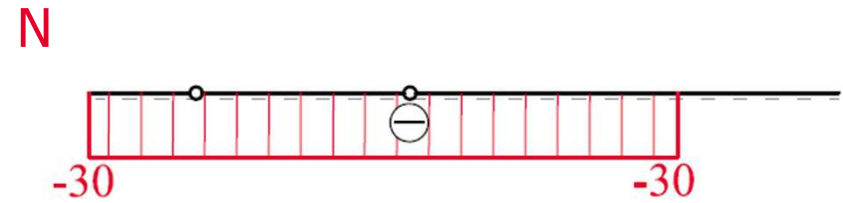
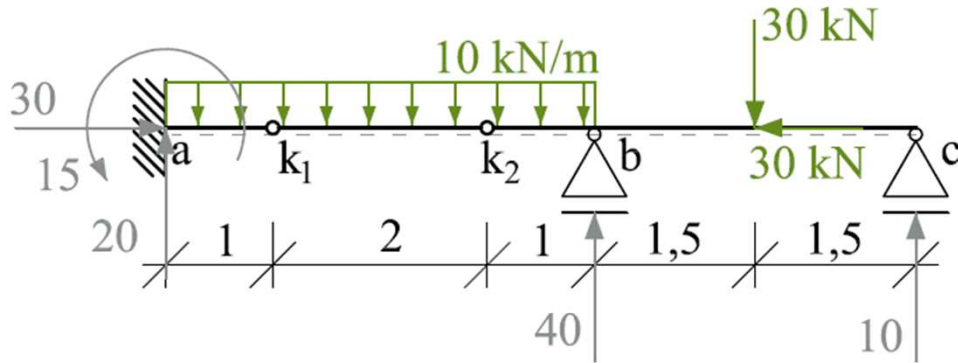
$$R_{a,z} = 20 \text{ kN}$$

- $\sum M_{ia} = 0$ (III)

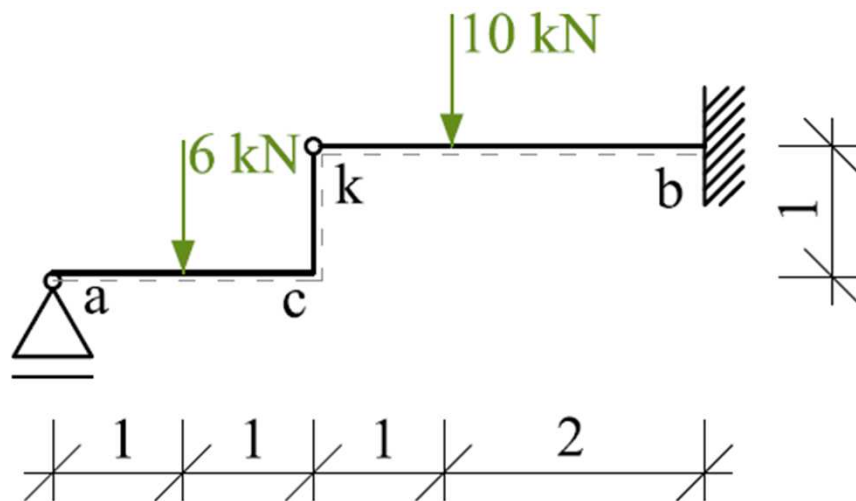
$$-10 \cdot 1 - 10 \cdot 1 \cdot 0,5 + M_a = 0 \rightarrow M_a = 15 \text{ kNm} \quad R_{a,x} = 30 \text{ kN}$$

$$\sum F_{ix} = 0 \rightarrow$$



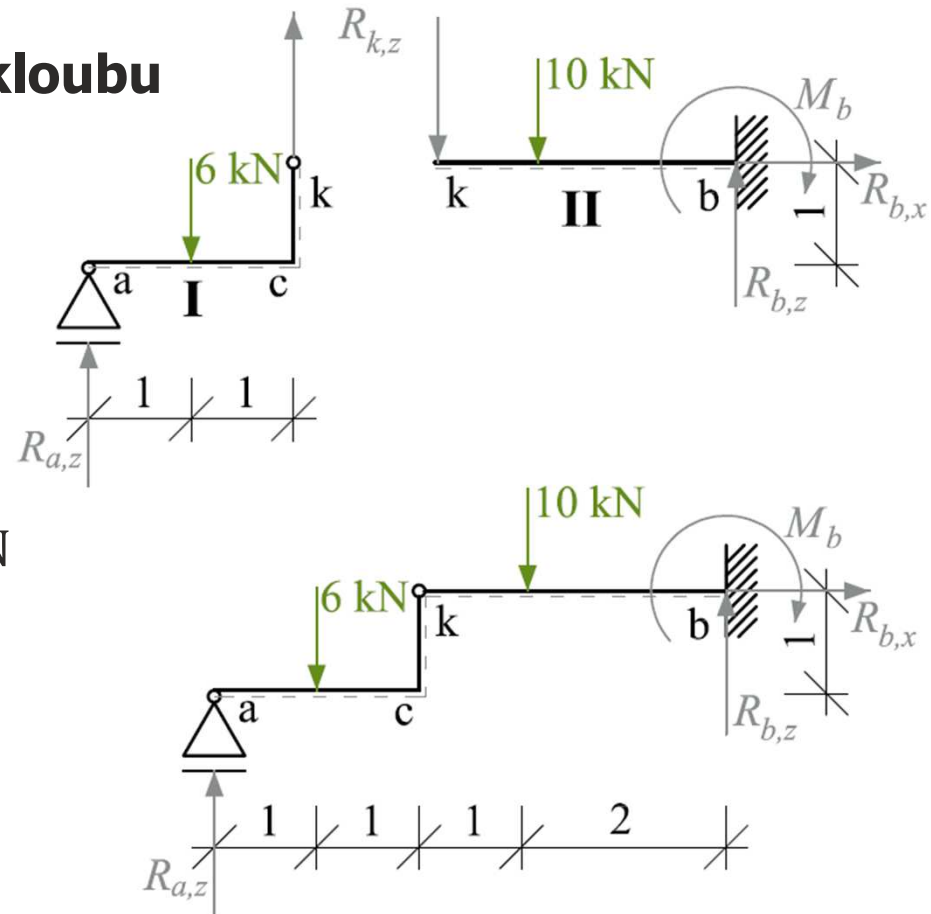


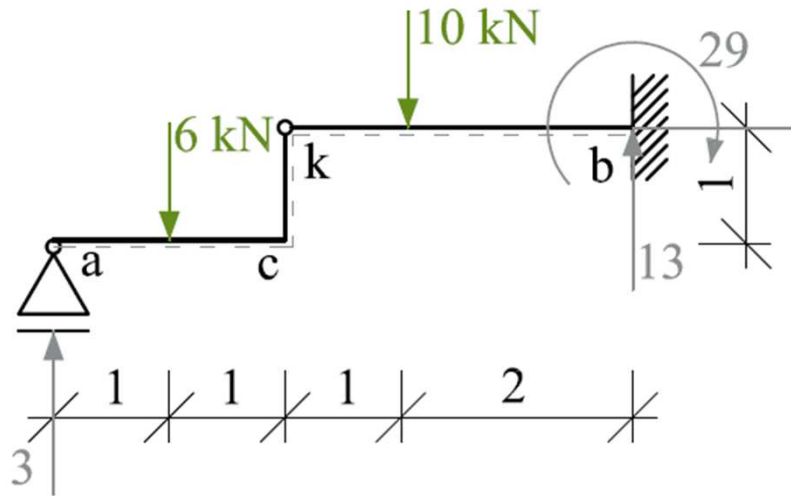
Vykreslete průběhy vnitřních sil



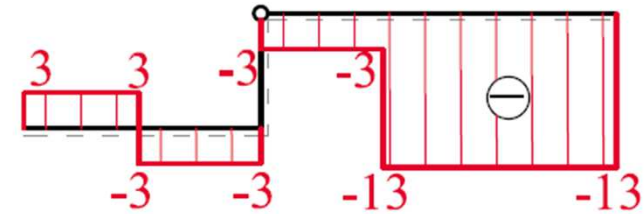
1) Výpočet reakcí a interakcí v kloubu

- $\sum F_{i,x} = 0 \rightarrow R_{b,x} = 0 \text{ kN}$ \rightarrow
- $\sum F_{i,z} = 0 \text{ (I)}$
 $R_{a,z} = R_{k,z} = 3 \text{ kN}$ \downarrow
- $\sum F_{i,z} = 0 \text{ (II)}$
 $R_{k,z} + 10 - R_{b,z} = 0 \rightarrow R_{b,z} = 13 \text{ kN}$
- $\sum M_{ik} = 0 \text{ (II)}$
 $- 10 \cdot 1 + R_{b,z} \cdot 3 - M_b = 0$
 $\rightarrow M_b = 29 \text{ kNm}$
- kontrola
- $\sum M_{ia} = 0; -6 \cdot 1 - 10 \cdot 3 + R_{b,z} \cdot 5 - M_b = 0 \rightarrow 0 = 0 \text{ VYHOVÍ}$

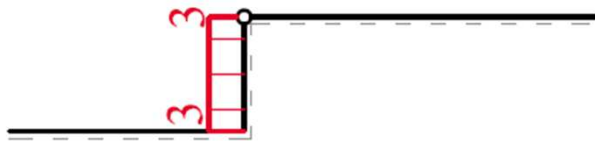




V



N



M

