



BDA015 Stavební mechanika 1

3. přednáška

- Rovinné příhradové nosníky

doc. Ing. Hana Šimonová, Ph.D. (Hana.Simonova@vut.cz)

ROVINNÉ KLOUBOVÉ PRUTOVÉ SOSUTAVY

- soustava tuhých desek (prutů) vzájemně spojených vnitřními klouby

$$3d = a + 2 \sum_{n=2,3,4,\dots} (n-1)k_n$$

d – počet tuhých desek (prutů), a – počet vnějších vazeb, k_n – počet vnitřních kloubů spojujících n desek (prutů)

- soustava hmotných bodů navzájem spojených kyvnými pruty

$$2b = a + p$$

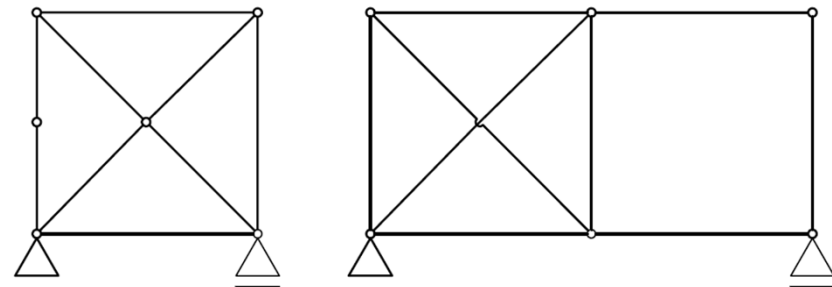
b – počet hmotných bodů, a – počet vnějších vazeb, p – počet prutů

Výjimkové případy

$$2b = a + p$$

$$2 \cdot 6 = 3 + 9$$

soustava $2b$ rovnic má 0 determinant
nevhodné uspořádání prutů

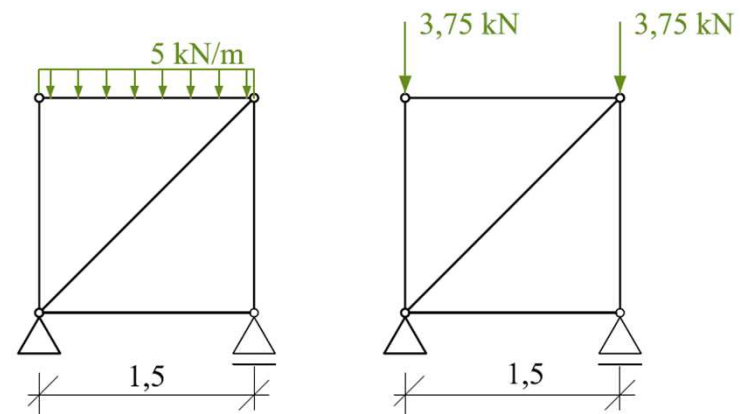


Předpoklady statického řešení

- styčník je průsečík os prutů spojených ve styčníku
- kloubové spojení ve styčnicích
- vnější zatížení včetně reakcí působí pouze do styčniců
→ PRUTY JSOU NAMÁHÁNY POUZE OSOVÝMI SILAMI

Mimostyčníkové zatížení

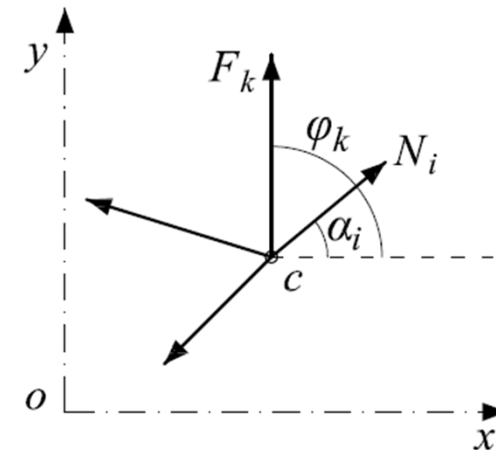
- příčné zatížení rozdělíme do styčniců (určení jako reakce na prostém nosníku)
- na daném prutu kromě normálových sil i posouvající síly a ohybové momenty
- osové zatížení rozdělíme zcela libovolně



STYČNÍKOVÁ METODA

OBEČNÁ

- uvolnění všech styčniců soustavy (pruty nahradíme osovými silami, které působí ze styčnicu (uvažujeme tah v prutech)
- v každém styčnicu řešíme rovinný svazek sil a pro každý styčnic můžeme napsat 2 podmínky rovnováhy → řešíme soustavu $2b$ statických podmínek rovnováhy



ZJEDNODUŠENÁ

- z globálních podmínek rovnováhy určíme složky reakcí
- postupujeme po jednotlivých styčnicích, tak že máme ve styčnicu pouze 2 neznámé osově síly, které určíme z podmínek rovnováhy pro styčnic
- $\sum_c F_{ix} = 0; \sum_c N_i \cdot \cos \alpha_i + \sum_c F_k \cdot \cos \varphi_k = 0$
- $\sum_c F_{iz} = 0; \sum_c N_i \cdot \sin \alpha_i + \sum_c F_k \cdot \sin \varphi_k = 0$

PRŮSEČNÁ METODA

OBEČNÁ

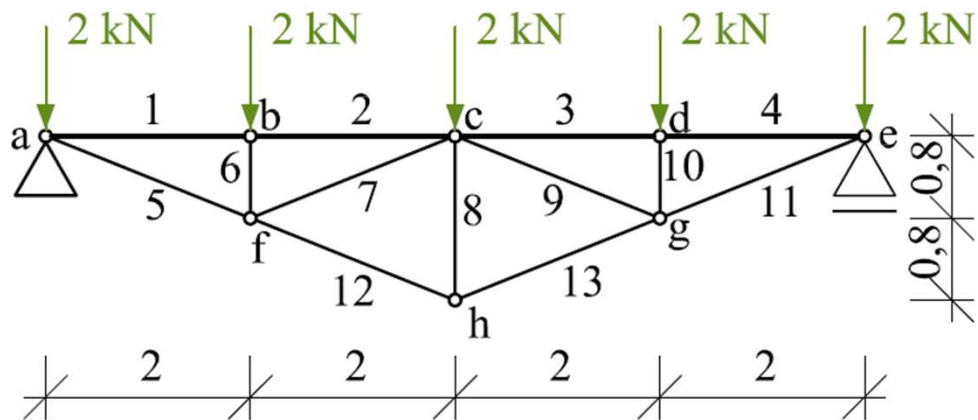
- konstrukcí vedeme řez protínající 3 pruty, který jí rozdělí na dvě části
- uvolníme-li jednu část konstrukce, druhou část nahradíme neznámými osovými silami (tahovými)
- pro každou část můžeme psát 3 statické podmínky rovnováhy
- můžeme protnout i více prutů, ale pak jich $n-1$ musí vycházet z jednoho bodu, který volíme za momentový střed a neznámou určíme z momentové podmínky rovnováhy nebo některé osově síly už známe z předchozího řešení

RITTEROVA ÚPRAVA

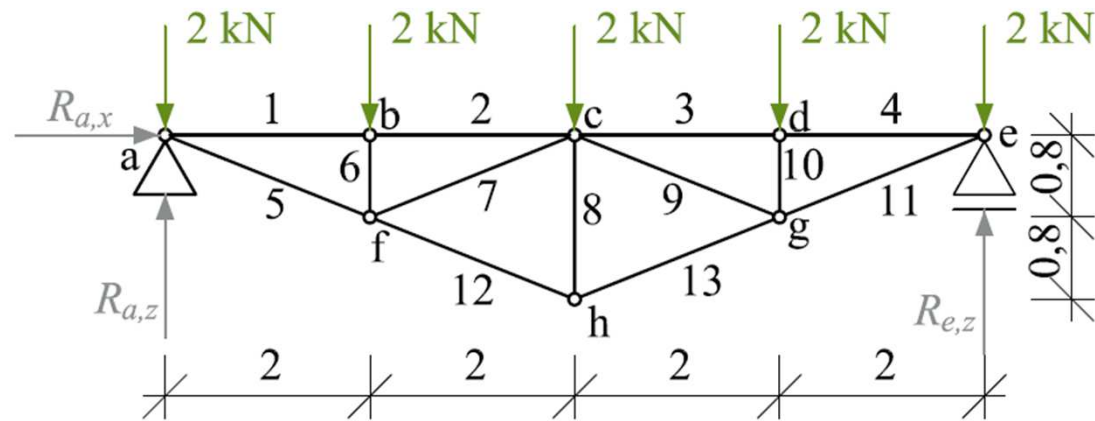
- neznámou osovou sílu určíme z momentové podmínky rovnováhy všech sil, působících na jedné uvolněné části soustavy, k průsečíku os dvou zbývajících prutů protnutých řezem (tzv. přidružený momentový střed)

Určete osově síly v jednotlivých prutech

- ZJEDNODUŠENÁ STYČNÍKOVÁ METODA



1) Výpočet reakcí



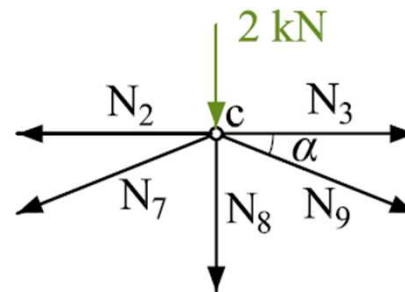
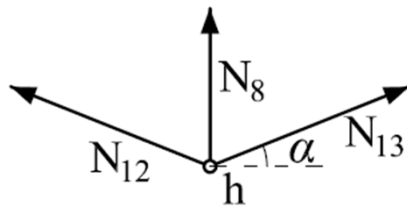
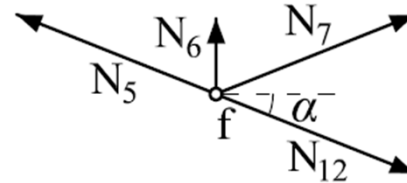
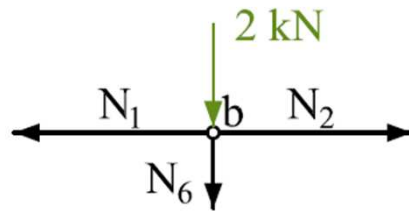
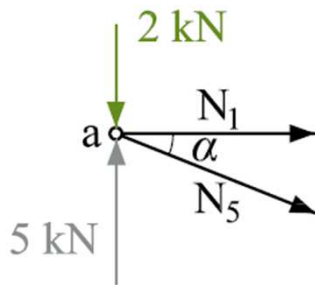
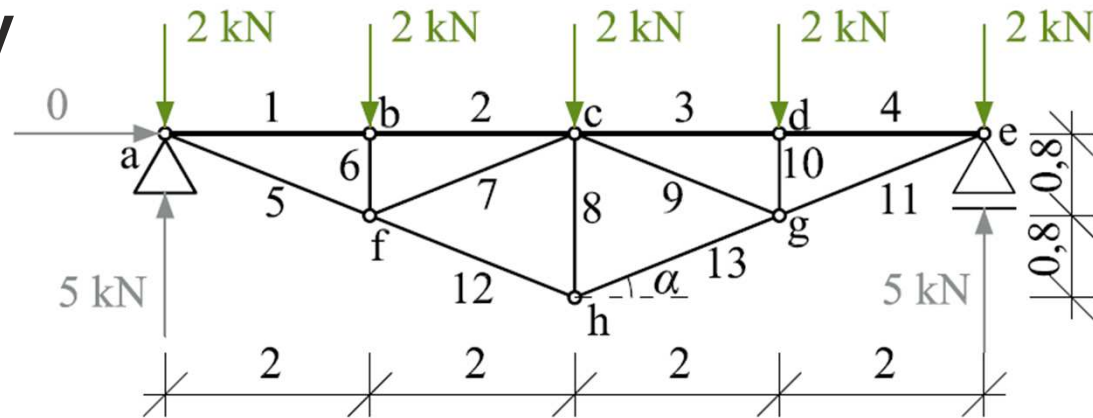
- $\sum F_{i,x} = 0$ $\xrightarrow{\oplus}$
- $R_{a,x} = 0$

- $\sum M_{ia} = 0$ \curvearrowright
- $-2 \cdot 2 - 2 \cdot 4 - 2 \cdot 6 - 2 \cdot 8 + R_{e,z} \cdot 8 = 0 \rightarrow R_{e,z} = 5 \text{ kN}$

- $\sum M_{ie} = 0$
- $-R_{a,z} \cdot 8 + 2 \cdot 8 + 2 \cdot 6 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 2 = 0 \rightarrow R_{a,z} = 5 \text{ kN}$

2) Rozdělení na styčníky

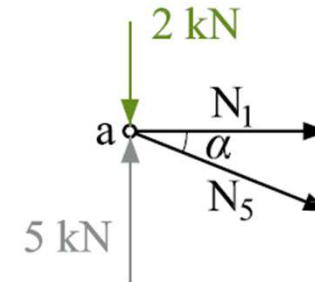
- $\text{tg } \alpha = \frac{0,8}{2} \rightarrow \alpha = 21,801^\circ$
- $\cos \alpha = 0,9285$
- $\sin \alpha = 0,3714$



3) Výpočet osových sil v prutech

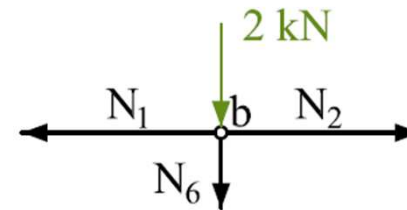
styčník „a“

- $\sum F_{i,x} = 0 \quad \xrightarrow{\oplus}$
 $N_1 + \cos \alpha \cdot N_5 = 0 \rightarrow N_1 = -7,5 \text{ kN}$
- $\sum F_{i,z} = 0 \quad \downarrow \oplus$
 $2 - 5 + \sin \alpha \cdot N_5 = 0 \rightarrow N_5 = 8,078 \text{ kN}$



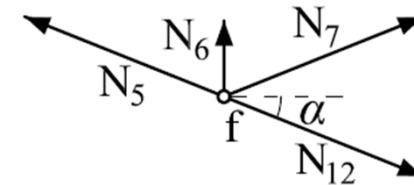
styčník „b“

- $\sum F_{i,x} = 0 \quad \xrightarrow{\oplus}$
 $-N_1 + N_2 = 0 \rightarrow N_2 = -7,5 \text{ kN}$
- $\sum F_{i,z} = 0 \quad \downarrow \oplus$
 $2 + N_6 = 0 \rightarrow N_6 = -2 \text{ kN}$



3) Výpočet osových sil v prutech

styčnick „f“



$$\bullet \sum F_{i,x} = 0 \quad \xrightarrow{\oplus}$$

$$-\cos \alpha \cdot N_5 + \cos \alpha \cdot N_7 + \cos \alpha \cdot N_{12} = 0 \rightarrow N_7 + N_{12} = 8,078$$

$$\bullet \sum F_{i,z} = 0$$

$$-\sin \alpha \cdot N_5 - N_6 - \sin \alpha \cdot N_7 + \sin \alpha \cdot N_{12} = 0 \rightarrow -N_7 + N_{12} = 2,693 \quad \downarrow \oplus$$

$$\rightarrow N_{12} = 5,386 \text{ kN}; N_7 = 2,693 \text{ kN}$$

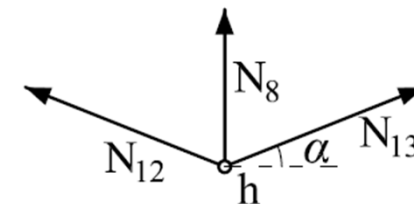
styčnick „h“

$$\bullet \sum F_{i,x} = 0 \quad \xrightarrow{\oplus}$$

$$-\cos \alpha N_{12} + \cos \alpha N_{13} = 0 \rightarrow N_{13} = 5,386 \text{ kN}$$

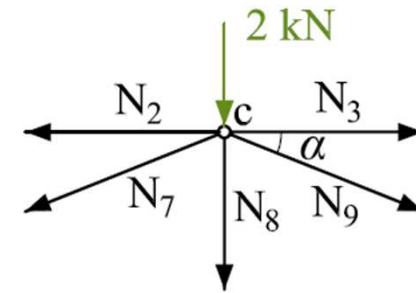
$$\bullet \sum F_{i,z} = 0$$

$$-\sin \alpha N_{12} - N_8 - \sin \alpha N_{13} = 0 \rightarrow N_8 = -4 \text{ kN} \quad \downarrow \oplus$$



3) Výpočet osových sil v prutech

styčník „c“



$$\sum F_{i,x} = 0 \quad \rightarrow \oplus$$

$$-N_2 - \cos \alpha \cdot N_7 + N_3 + \cos \alpha \cdot N_9 = 0 \rightarrow N_3 = -7,5 \text{ kN}$$

$$\sum F_{i,z} = 0 \quad \downarrow \oplus$$

$$2 + \sin \alpha N_7 + N_8 + \sin \alpha N_9 = 0 \rightarrow N_9 = 2,693 \text{ kN}$$

$$N_1 = -7,5 \text{ kN} = N_4$$

$$N_2 = -7,5 \text{ kN} = N_3$$

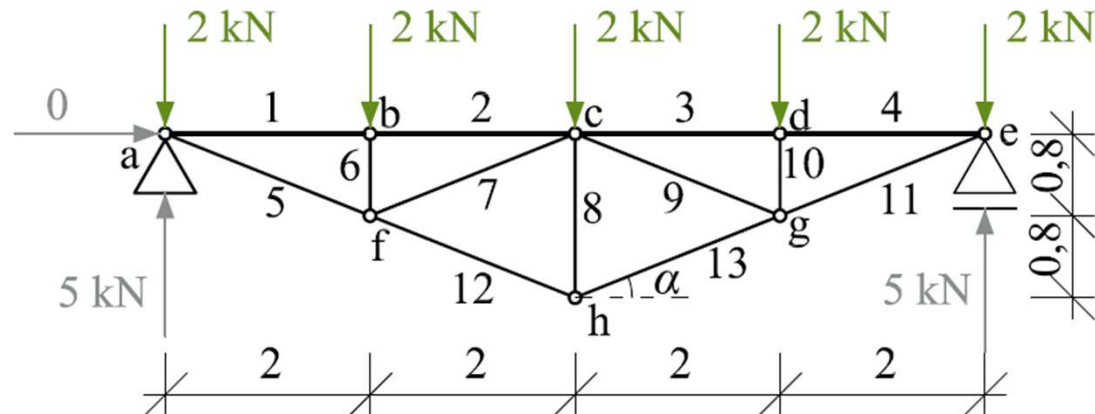
$$N_5 = 8,078 \text{ kN} = N_{11}$$

$$N_6 = -2 \text{ kN} = N_{10}$$

$$N_7 = 2,693 \text{ kN} = N_9$$

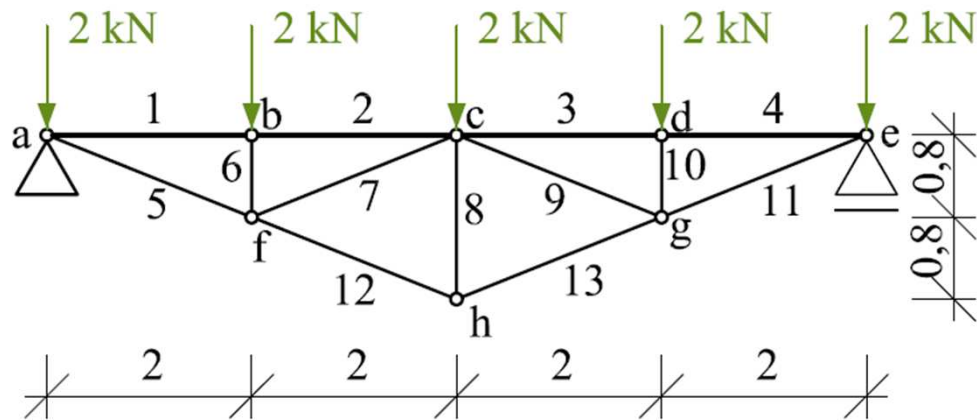
$$N_8 = -4 \text{ kN}$$

$$N_{12} = 5,386 \text{ kN} = N_{13}$$

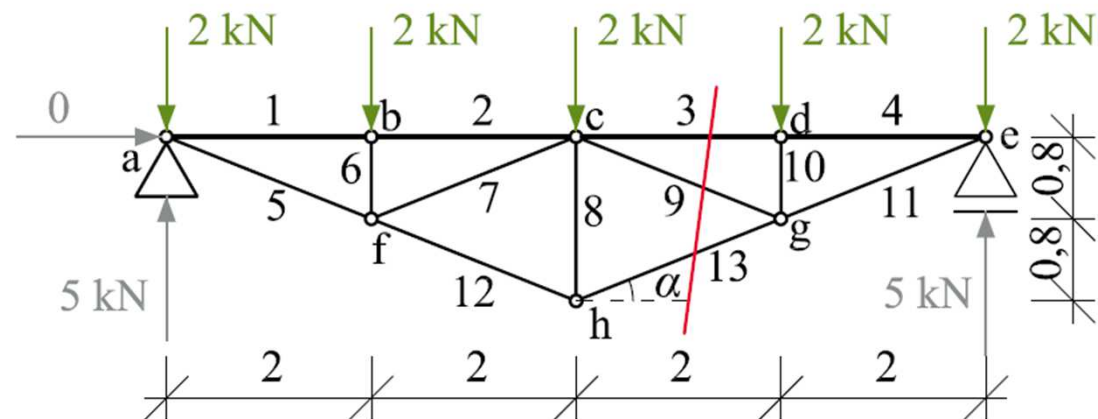


Určete osové síly v jednotlivých prutech

• PRŮSEČNÁ METODA – RITTEROVA ÚPRAVA



- $\text{tg } \alpha = \frac{0,8}{2} \rightarrow \alpha = 21,801^\circ$
- $\cos \alpha = 0,9285$
- $\sin \alpha = 0,3714$

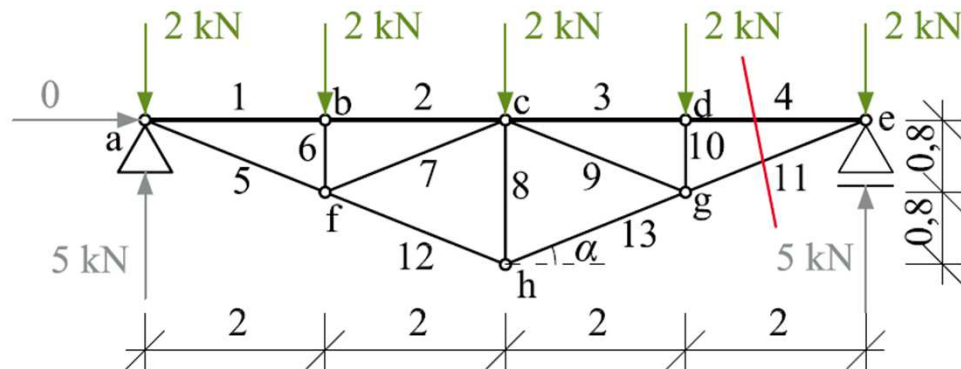
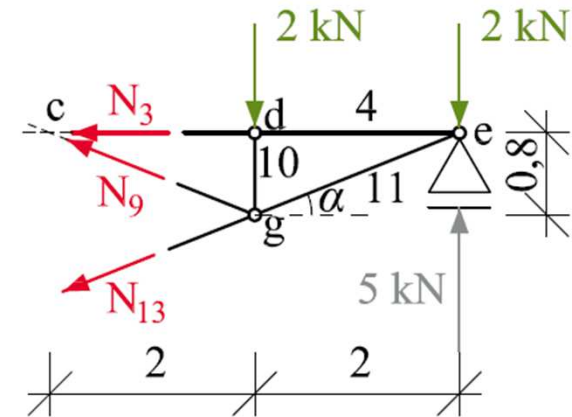
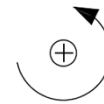


4) Výpočet osových sil v prutech

- $\sum M_{i,e} = 0$
 $2 \cdot 2 - \cos \alpha \cdot N_9 \cdot 0,8 - \sin \alpha \cdot N_9 \cdot 2 = 0$
 $\rightarrow N_9 = 2,693 \text{ kN}$

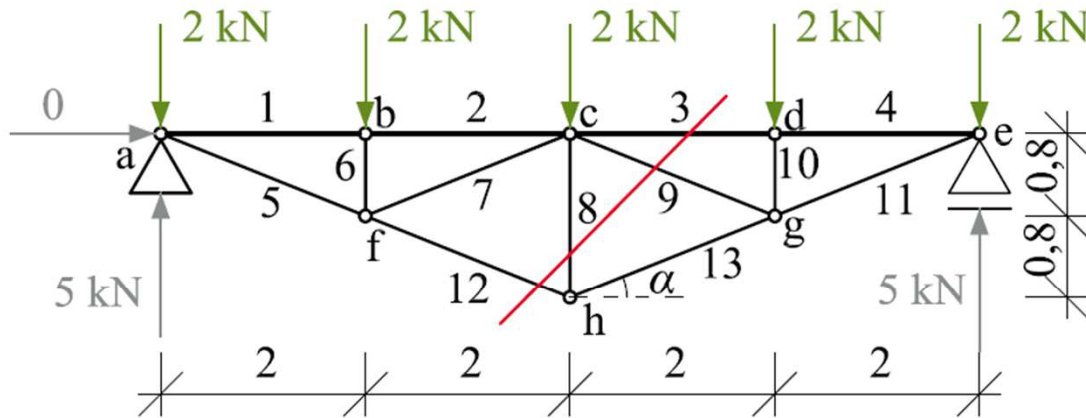
- $\sum M_{i,c} = 0$
 $-2 \cdot 2 - 2 \cdot 4 + 5 \cdot 4 - \cos \alpha \cdot N_{13} \cdot 0,8 - \sin \alpha \cdot N_{13} \cdot 2 = 0$
 $\rightarrow N_{13} = 5,385 \text{ kN}$

- $\sum M_{i,g} = 0$
 $5 \cdot 2 - 2 \cdot 2 + N_3 \cdot 0,8 = 0 \rightarrow N_3 = -7,5 \text{ kN}$



pouze 2 pruty \rightarrow
 styčnicková metoda

4) Výpočet osových sil v prutech



4 pruty, ale 3 se stýkají v jednom bodě

- $$\sum M_{i,c} = 0$$

$$-2 \cdot 2 - 2 \cdot 4 + 5 \cdot 4 - \cos \alpha \cdot N_{12} \cdot 1,6 = 0$$

$$\rightarrow N_{12} = 5,385 \text{ kN}$$

