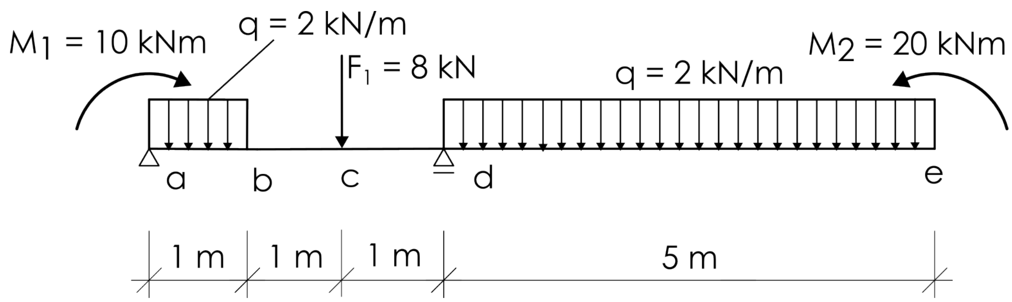
1 Příklad 1.



$$EI = 25271 kNm^2$$

Výpočet reakcí:

$$\sum M_{i,a} = 0:$$
$$-10 - 2 - 8 \cdot 2 + R_d \cdot 3 - 10 \cdot 5,5 + 20 = 0$$
$$R_d = 20,67 kN$$
$$\sum M_{i,d} = 0:$$
$$-10 + 2 \cdot 2,5 + 8 \cdot 1 - R_a \cdot 3 - 10 \cdot 2,5 + 20 = 0$$
$$R_a = -0,67 kN$$

Funkce ohybových momentů $M(x)$, vždy z levé strany! Uvažována stejná znaménková konvence, jako při vykreslování vnitřních sil.

$$M(x) = M_1 - R_a \cdot x - q \cdot x \cdot \frac{x}{2} + \Big|_{(x>1)} q \cdot (x-1) \cdot \frac{(x-1)}{2} - \Big|_{(x>2)} F_1 \cdot (x-2) + \Big|_{(x>3)} R_d \cdot (x-3) - q \cdot (x-3) \cdot \frac{(x-3)}{2}$$

První integrace:

$$\varphi(x) = -\frac{1}{EI} \int M(x) dx$$

$$\varphi(x) = -\frac{1}{EI} \Bigg[C_1 + M_1 \cdot x - R_a \cdot \frac{x^2}{2} - q \cdot \frac{x^3}{6} + \Big|_{(x>1)} q \cdot \frac{(x-1)^3}{6} - \Big|_{(x>2)} F_1 \cdot \frac{(x-2)^2}{2}$$
$$+ \Big|_{(x>3)} R_d \cdot \frac{(x-3)^2}{2} - q \cdot \frac{(x-3)^3}{6} \Bigg]$$

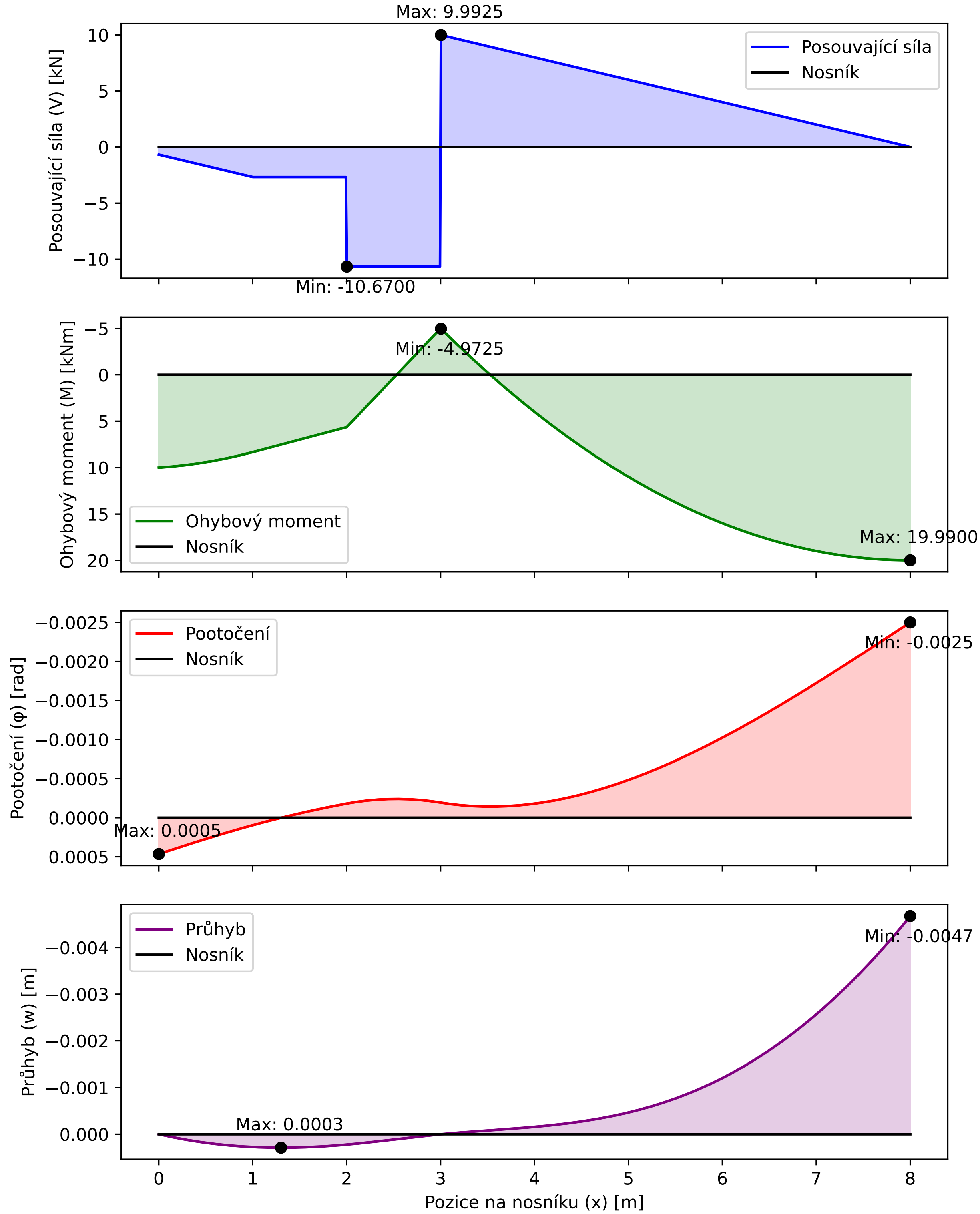
Druhá integrace:

$$w(x) = -\frac{1}{EI} \int \varphi(x) dx$$

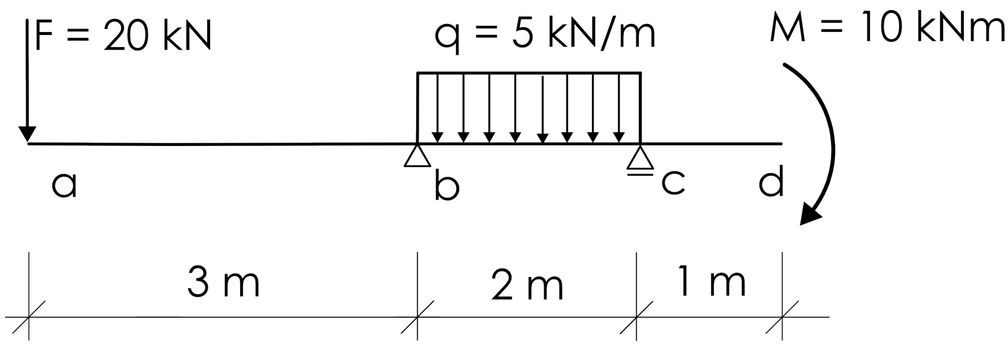
$$w(x) = -\frac{1}{EI} \Bigg[C_2 + C_1 \cdot x + M_1 \cdot \frac{x^2}{2} - R_a \cdot \frac{x^3}{6} - q \cdot \frac{x^4}{24} + \Big|_{(x>1)} q \cdot \frac{(x-1)^4}{24} - \Big|_{(x>2)} F_1 \cdot \frac{(x-2)^3}{6}$$
$$+ \Big|_{(x>3)} R_d \cdot \frac{(x-3)^3}{6} - q \cdot \frac{(x-3)^4}{24} \Bigg]$$

Výpočet konstant C_1 a C_2 - z okrajových podmínek víme, že v bodech a a d je průhyb $w = 0$:

$$w(a) = 0 \rightarrow x = 0:$$
$$0 = C_2 + C_1 \cdot 0 + M_1 \cdot \frac{0^2}{2} - R_a \cdot \frac{0^3}{6} - q \cdot \frac{0^4}{24}$$
$$C_2 = 0kNm^2$$
$$w(d) = 0 \rightarrow x = 3$$
$$0 = C_2 + C_1 \cdot 3 + M_1 \cdot \frac{x^3}{2} - R_a \cdot \frac{3^3}{6} - q \cdot \frac{3^4}{24} + q \cdot \frac{(3-1)^4}{24} - F_1 \cdot \frac{(3-2)^3}{6}$$
$$0 = 0 + C_1 \cdot 3 + 10 \cdot \frac{3^3}{2} - 0,67 \cdot \frac{3^3}{6} - 2 \cdot \frac{3^4}{24} + 2 \cdot \frac{(3-1)^4}{24} - 8 \cdot \frac{(3-2)^3}{6}$$
$$C_1 = -11,75kNm^2$$


Max: 9.9925
Posouvající síla
Nosník
Posouvající síla (V) [kN]
Min: -10.6700
Min: -4.9725
Ohybový moment (M) [kNm]
Ohybový moment
Nosník
Max: 19.9900
Pootočení
Nosník
Pootočení (φ) [rad]
Min: -0.0025
Max: 0.0005
Průhyb
Nosník
Průhyb (w) [m]
Min: -0.0047
Max: 0.0003
Pozice na nosníku (x) [m]

2 Příklad 2.



$$EI = 25271 kNm^2$$

Výpočet reakcí:

$$\sum M_{i,b} = 0 :$$

$$20 \cdot 3 - 10 + R_c \cdot 2 - 10 = 0$$

$$R_c = -20kN$$

$$\sum M_{i,c} = 0 :$$

$$20 \cdot 5 - R_b \cdot 2 + 10 - 10 = 0$$

$$R_b = 50kN$$

Funkce ohybových momentů $M(x)$:

$$M(x) = -F \cdot x + \Big|_{(x>3)} R_b \cdot x - q \cdot (x-3) \cdot \frac{(x-3)}{2} - \Big|_{(x>5)} R_c \cdot (x-5) + q \cdot (x-5) \cdot \frac{(x-5)}{2}$$

První integrace:

$$\varphi(x) = -\frac{1}{EI} \int M(x) dx$$

$$\varphi(x) = -\frac{1}{EI} \left[C_1 - F \cdot \frac{x^2}{2} + \Big|_{(x>3)} R_b \cdot \frac{(x-3)^2}{2} - q \cdot \frac{(x-3)^3}{6} - \Big|_{(x>5)} R_c \cdot \frac{(x-5)^2}{2} + q \cdot \frac{(x-5)^3}{6} \right]$$

Druhá integrace:

$$w(x) = -\frac{1}{EI} \int \varphi(x) dx$$

$$w(x) = -\frac{1}{EI} \left[C_2 + C_1 \cdot x - F \cdot \frac{x^3}{6} + \Big|_{(x>3)} R_b \cdot \frac{(x-3)^3}{6} - q \cdot \frac{(x-3)^4}{24} - \Big|_{(x>5)} R_c \cdot \frac{(x-5)^3}{6} + q \cdot \frac{(x-5)^4}{24} \right]$$

Výpočet konstant C_1 a C_2 - z okrajových podmínek víme, že v bodech b a c je průhyb $w = 0$:

$$w(b) = 0 \rightarrow x = 3:$$

$$C_2 + C_1 \cdot 3 - F \cdot \frac{3^3}{6} = 0$$

$$w(c) = 0 \rightarrow x = 5:$$

$$C_2 + C_1 \cdot 5 - F \cdot \frac{5^3}{6} + R_b \cdot \frac{(5-3)^3}{6} - q \cdot \frac{(5-3)^4}{24} = 0$$

$$\rightarrow$$

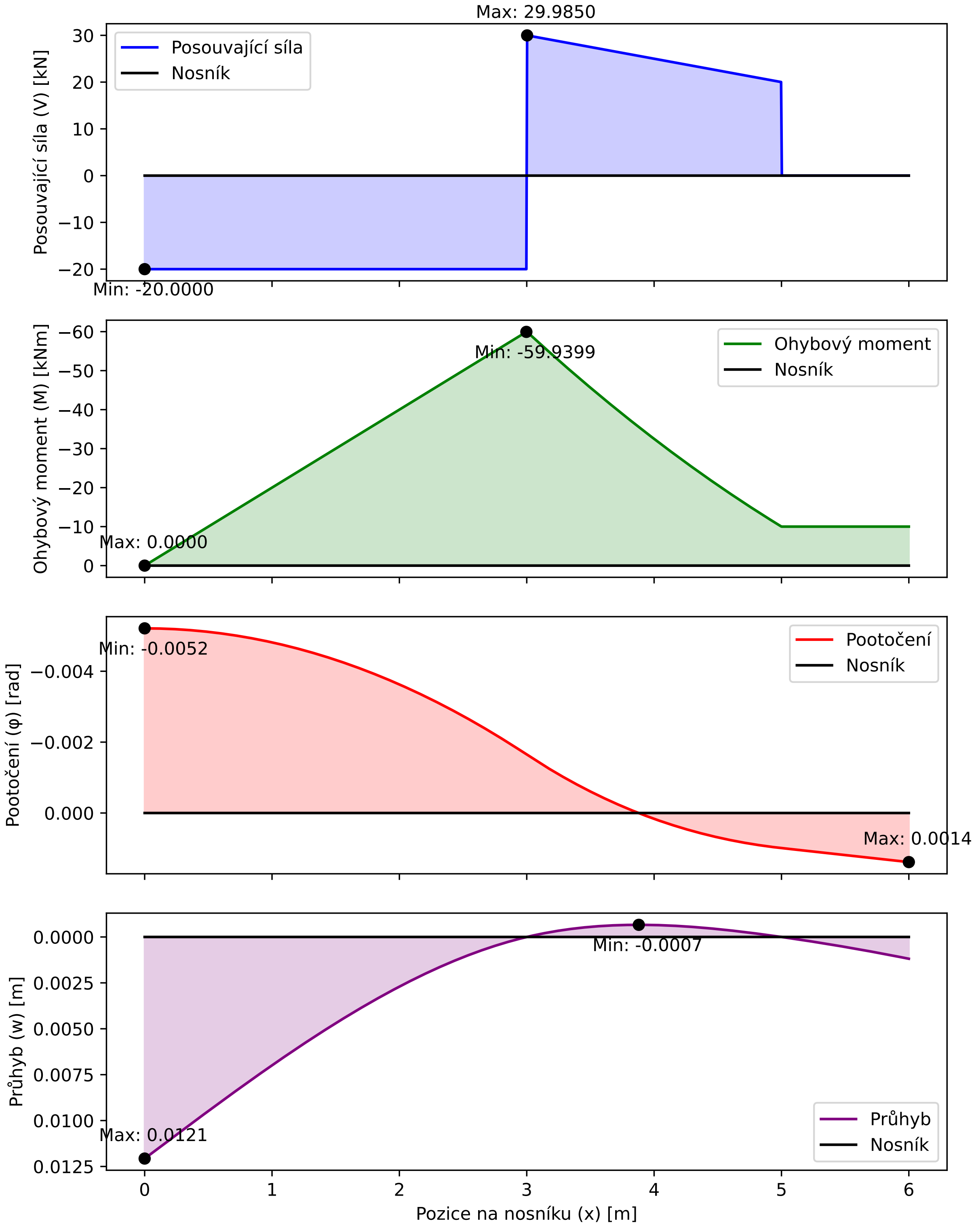
$$C_2 + 3C_1 - 90 = 0$$

$$C_2 + 5C_1 - 353.33 = 0$$

$$\rightarrow$$

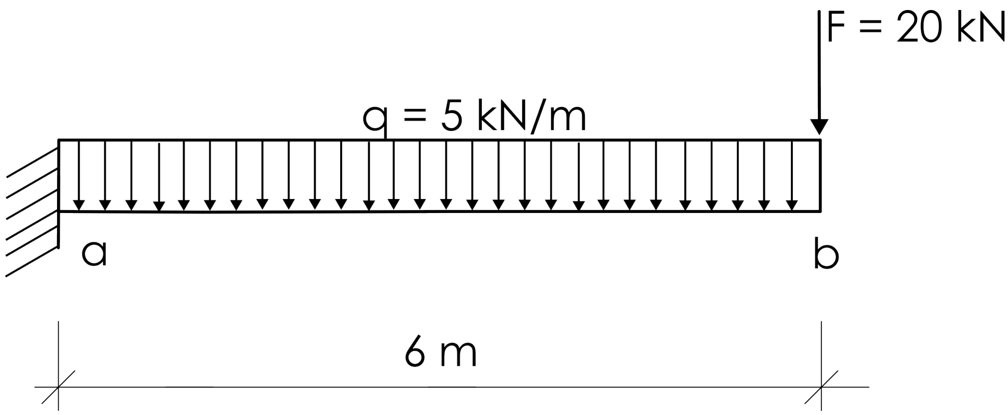
$$C_1 = 131,67kNm^2$$

$$C_2 = -305,01kNm^2$$



Max: 29.9850
Posouvající síla
Nosník
Posouvající síla (V) [kN]
Min: -20.0000
Ohybový moment
Nosník
Ohybový moment (M) [kNm]
Min: -59.9399
Max: 0.0000
Pootočení
Nosník
Pootočení (φ) [rad]
Min: -0.0052
Max: 0.0014
Průhyb
Nosník
Průhyb (w) [m]
Min: -0.0007
Max: 0.0121
Pozice na nosníku (x) [m]

3 Příklad 3.



$$EI = 25271 kNm^2$$

Výpočet reakcí:

$$\sum M_{i,a} = 0 :$$

$$M_a - 30 \cdot 3 - 20 \cdot 6 = 0$$

$$M_a = 210 kNm$$

$$\sum F_{i,z} = 0 :$$

$$R_a - 30 - 20 = 0$$

$$R_a = 50 kN$$

Funkce ohybových momentů $M(x)$:

$$M(x) = -M_a + R_a \cdot x - q \cdot x \cdot \frac{x}{2}$$

První integrace:

$$\varphi(x) = -\frac{1}{EI} \int M(x) dx$$

$$\varphi(x) = -\frac{1}{EI} \left[C_1 - M_a \cdot \frac{x^2}{2} + R_a \cdot \frac{x^2}{2} - q \cdot \frac{x^3}{6} \right]$$

Druhá integrace:

$$w(x) = -\frac{1}{EI} \int \varphi(x) dx$$

$$w(x) = -\frac{1}{EI} \left[C_2 + C_1 \cdot x - M_a \cdot \frac{x^3}{6} + R_a \cdot \frac{x^3}{6} - q \cdot \frac{x^4}{24} \right]$$

Výpočet konstant C_1 a C_2 - z okrajových podmínek víme, že v bodě a je pootočení $\varphi = 0$ a průhyb $w = 0$:

$$\varphi(a) = 0 \rightarrow x = 0 :$$

Dosadím tedy do rovnice pootočení!

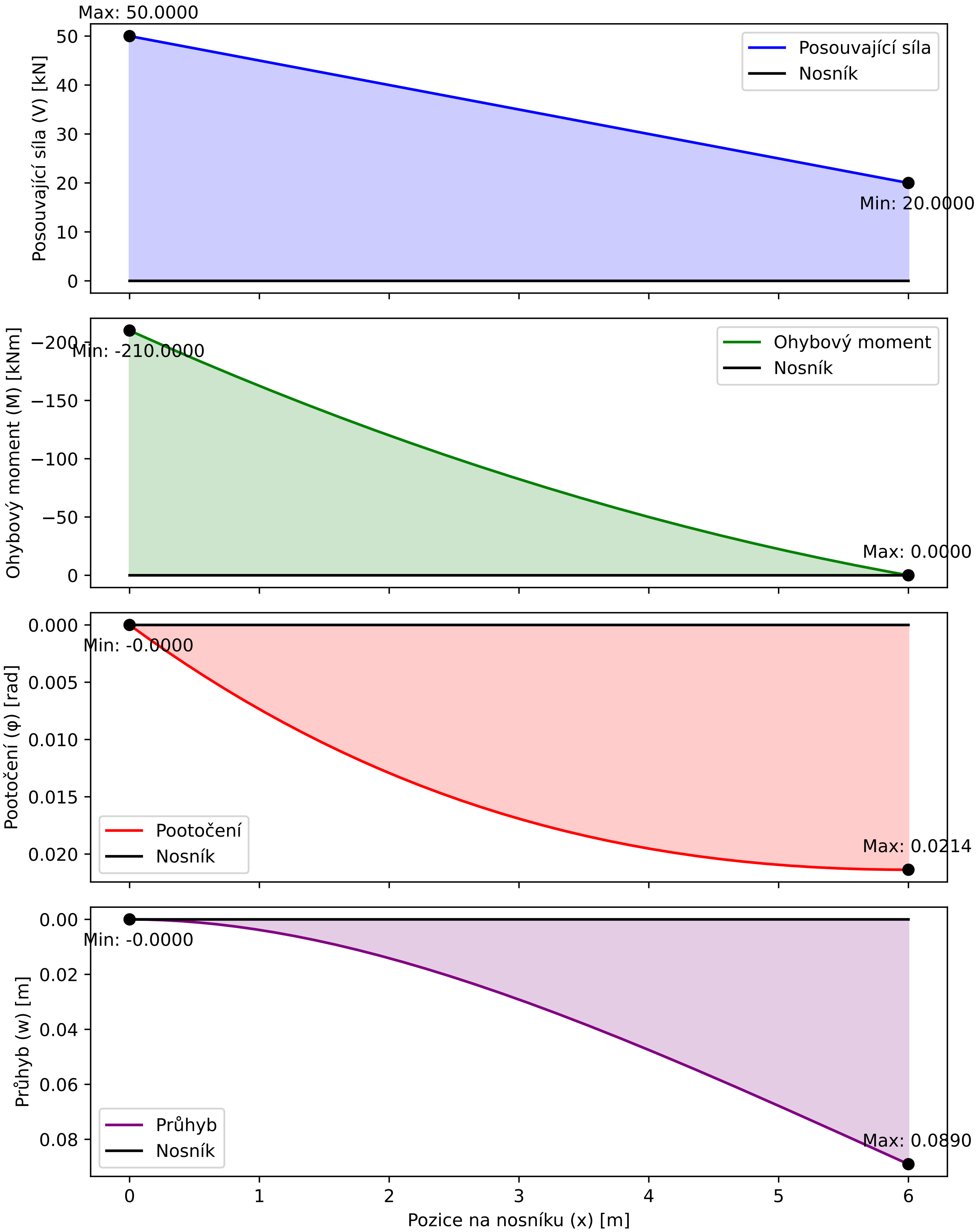
$$0 = C_1 - M_a \cdot \frac{0^2}{2} + R_a \cdot \frac{0^2}{2} - q \cdot \frac{0^3}{6}$$

$$C_1 = 0kNm^2$$

$$w(a) = 0 \rightarrow x = 0 :$$

$$C_2 + 0 \cdot 0 - M_a \cdot \frac{0^3}{6} + R_a \cdot \frac{0^3}{6} - q \cdot \frac{0^4}{24}$$

$$C_2 = 0kNm^2$$


Max: 50.0000
Posouvající síla
Nosník
Min: 20.0000
Posouvající síla (V) [kN]
Min: -210.0000
Ohybový moment
Nosník
Max: 0.0000
Ohybový moment (M) [kNm]
Min: -0.0000
Pootočení
Nosník
Max: 0.0214
Pootočení (φ) [rad]
Min: -0.0000
Průhyb
Nosník
Max: 0.0890
Průhyb (w) [m]
Pozice na nosníku (x) [m]