

Cvičení 13.: Tvorba Mohrovy kružnice a hlavní napětí

Pružnost a pevnost/BDA002

Ing. Ondřej Holíš

Ústav stavební mechaniky, Fakulta stavební VUT v Brně

2024/2025

1 Hlavní napětí

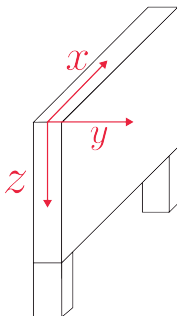
2 Mohrova kružnice

Hlavní napětí

Pro zjednodušení prostorových problémů napjatosti do rovinných se používají 2 základní teorie:

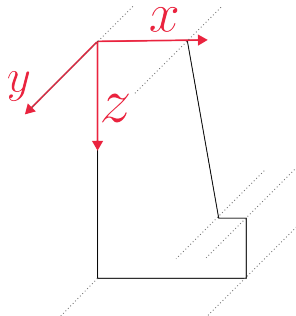
Rovinná napjatost

- přetvoření $\varepsilon_y \neq 0$, napětí $\sigma_y = 0$,
- příklady pro použití rovinné napjatosti: stěna (může se deformovat ve směru y dle obrázku).



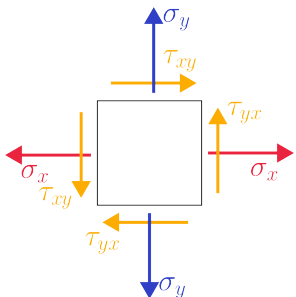
Rovinná deformace

- přetvoření $\varepsilon_y = 0$, napětí $\sigma_y \neq 0$,
- přehrada, řez svahelem, dlouhá opěrná stěna (nepředpokládá se deformace ve směru y dle obrázku).

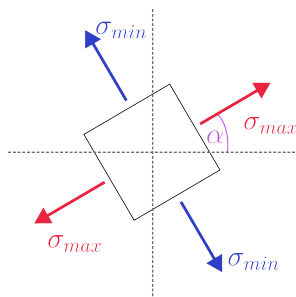


Při uvažování příkladu rovinné napjatosti působí v každém bodě konstrukce 2 normálové napětí σ a smykové napětí τ . Transformací elementárního dílku můžeme upravit směry napětí tak, abychom zjistili jejich extrémní hodnoty. Tyto extrémní hodnoty se nazývají **hlavní napětí**, značí se buď σ_{min} , σ_{max} , nebo σ_1 , σ_2 .

Hlavní napětí zjistíme tak, že hledáme takové pootočení elementárního prvku α , kdy hodnoty smykových napětí $\tau = 0$.



Obrázek: Elementární prvek s normálovými a smykovými napětími.



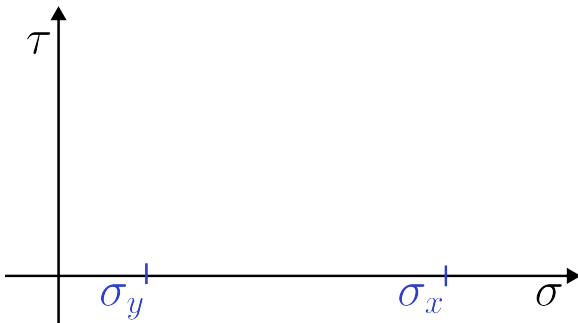
Obrázek: Pootočení elementární prvek s hlavními napětími.

Mohrova kružnice

Mohrova kružnice je grafická metoda sloužící k transformaci hodnot napětí na elementárním prvku k nalezení hlavních napětí.

Krok 1.

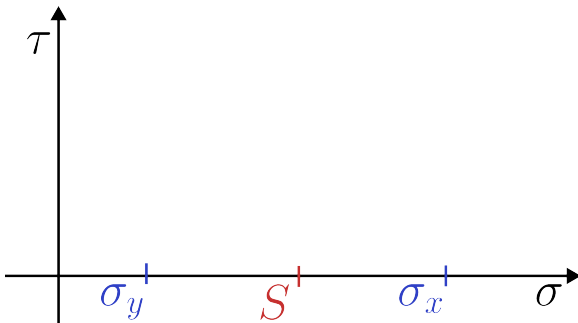
Vynesení hodnot dvou na sebe kolmých normálových napětí σ_x, σ_y (či jiných dle os souřadného systému posuzované konstrukce) na osu x .



Krok 2.

Nalezení středu kružnice S .

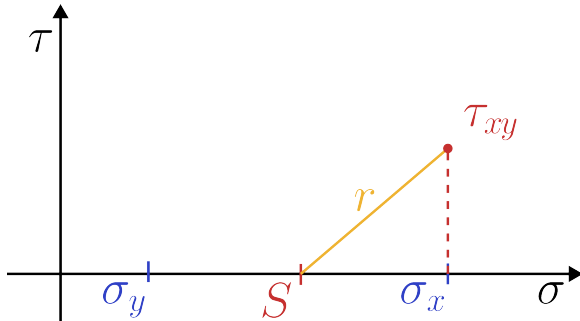
$$S = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y)$$



Krok 3.

Vynesení hodnoty smykového napětí τ_{xy} na osu y z jednoho ze známých bodů σ . Spojnice středu S a hodnoty τ je poloměr kružnice r .

$$r = \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$$

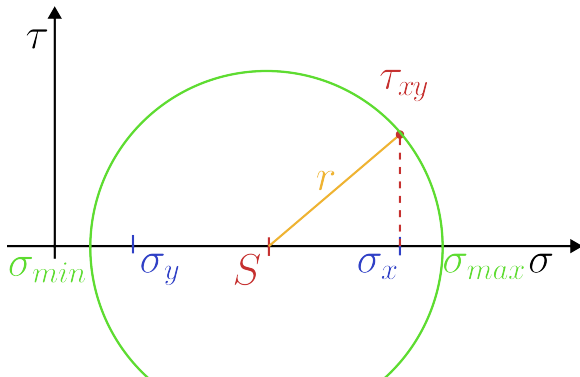


Krok 4.

Vykreslení Mohrovy kružnice, v místech dotyku s osou x se nacházejí hodnoty hlavních napětí σ_{min} a σ_{max} . Platí, že

$$\sigma_{min,max} = S \pm r$$

$$\sigma_{min,max} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$$



Krok 5.

Spojením vynesného smykového napětí a body s hlavními napětími na ose dostáváme směr působení hlavních napětí a můžeme dopočítat pootočení elementárního dílku pomocí goniometrických funkcí. Pozor na označení šipek σ_{max} a σ_{min} , jsou **kolmé** ke spojnici bodu na ose a smykového napětí.

$$\tan \alpha = \frac{\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_{min}}$$

