

# Cvičení 8.: Smykové napětí na tenkostěnných průřezech a střed smyku

Pružnost a pevnost/BDA002

Ing. Ondřej Holíš

Ústav stavební mechaniky, Fakulta stavební VUT v Brně

2024/2025

1 Smykové napětí na tenkostěnných průřezech

2 Příklad P1

3 Střed smyku

4 Příklad P2

# Smykové napětí na tenkostěnných průřezech

## Definice

Tenkostěnný průřez je takový, kde poměr tloušťky stran  $t$  oproti výšce a šířce průřezu  $b, h$  je výrazně menší. Platí tedy

$$t \ll b, h.$$

V takovém případě můžeme smykové napětí uvažovat kolmé na střednici ze vztahu

$$\tau = \frac{V_z \cdot S_y}{I_y \cdot t},$$

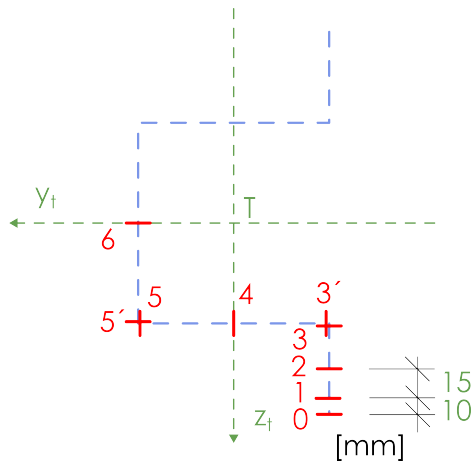
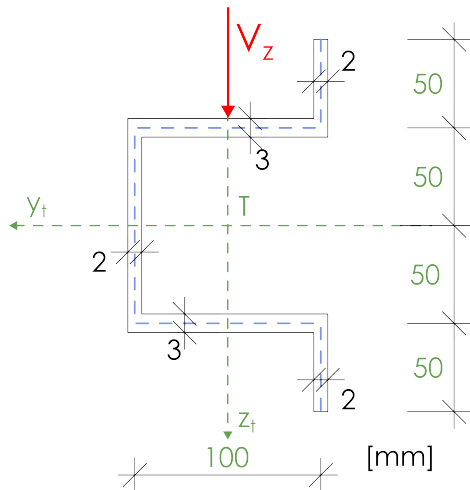
kde  $V_z$  značí sílu vyvolávající smykové napětí,  $S_y$  statický moment "odříznuté" části průřezu (stejně jako v případě klasického smyku),  $I_y$  moment setrvačnosti a  $t$  tloušťku průřezu v místě pomyslného řezu.

Pro zjednodušení výpočtů je možné uvažovat střednici průřezu a jeho tloušťku pro výpočet ploch. Dojde tak k mírnému zjednodušení, než kdybychom počítali plochu geometricky správně.

# Příklad P1

## Zadání

Vykreslete průběh smykových napětí po průřezu. Uvažujte smykovou sílu  $V_z = 3\text{kN}$ .



Moment setrvačnosti kolmý na osu  $y$ :

$$I_{yT} = \left( \frac{1}{12} \cdot 2 \cdot 50^3 + 2 \cdot 50 \cdot 75^2 \right) \cdot 2 + \left( \frac{1}{12} \cdot 100 \cdot 3^3 + 100 \cdot 3 \cdot 50^2 \right) \cdot 2 + \frac{1}{12} \cdot 2 \cdot 100^3$$

$$I_{yT} = 2,8338 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

Vyčíslení poměru  $V_z/I_y$  pro další výpočty:

$$\frac{V_z}{I_y} = \frac{3000}{2,8338 \cdot 10^6} = 1,06 \cdot 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{mm}^4}$$

Hodnoty smykových napětí v jednotlivých řezech:

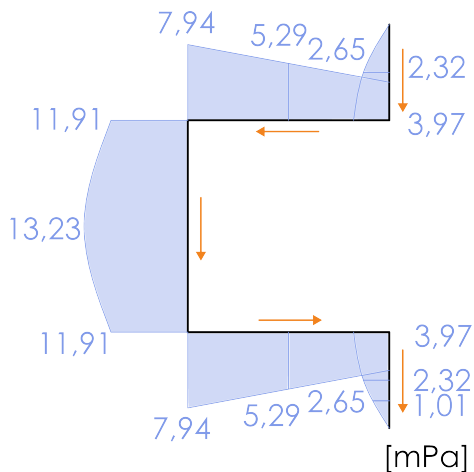
$$\tau_1 = 1,06 \cdot 10^{-3} \frac{2 \cdot 10 \cdot 95}{2} = 1,005 \text{ MPa} \quad \tau_{3'} = 1,06 \cdot 10^{-3} \frac{2 \cdot 50 \cdot 75}{3} = 2,647 \text{ MPa}$$

$$\tau_2 = 1,06 \cdot 10^{-3} \frac{2 \cdot 25 \cdot 87,5}{2} = 2,315 \text{ MPa} \quad \tau_4 = 1,06 \cdot 10^{-3} \frac{2 \cdot 50 \cdot 75 + 50 \cdot 3 \cdot 50}{3} = 5,294 \text{ MPa}$$

$$\tau_3 = 1,06 \cdot 10^{-3} \frac{2 \cdot 50 \cdot 75}{2} = 3,970 \text{ MPa} \quad \tau_5 = 1,06 \cdot 10^{-3} \frac{2 \cdot 50 \cdot 75 + 100 \cdot 3 \cdot 50}{3} = 7,940 \text{ MPa}$$

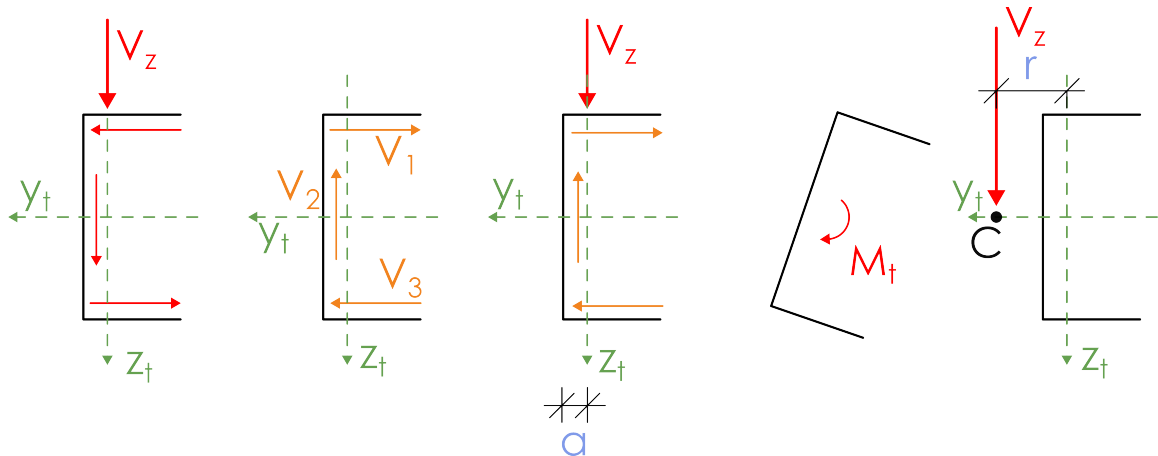
$$\tau_{5'} = 1,06 \cdot 10^{-3} \frac{2 \cdot 50 \cdot 75 + 100 \cdot 3 \cdot 50}{2} = 11,910 \text{ MPa}$$

$$\tau_6 = 1,06 \cdot 10^{-3} \frac{2 \cdot 50 \cdot 75 + 100 \cdot 3 \cdot 50 + 100 \cdot 2 \cdot 0}{2} = 13,910 \text{ MPa}$$





# Střed smyku



Při působení posouvající síly  $V_z$  v místě těžiště je průběh sil v průřezu naznačen červenými šipkami. Žlutými šipkami jsou naznačeny reakce konstrukce.

Můžeme si odvodit podmínky rovnováhy:

$$\sum F_{i,z} = 0 \rightarrow V_z = V_2$$

$$\sum F_{i,x} = 0 \rightarrow V_1 = V_3$$

$$\sum M_i \neq 0 \rightarrow V_1 \cdot \frac{h}{2} + V_3 \cdot \frac{h}{2} + V_z \cdot a = M_t$$

Vzniká tedy ohybový moment  $M_t$ , který se nazývá kroutící moment. Z výše uvedeného vztahu je možné odvodit:

$$\sum M_i = 0$$

$$V_1 \cdot \frac{h}{2} + V_3 \cdot \frac{h}{2} + V_z \cdot a - V_z \cdot r = 0$$

$$V_z \cdot r = M_t$$

$$r = \frac{M_t}{V_z}$$

Střed smyku je takový bod, do kterého když vychází výslednice zatěžovacích sil (v našem případě pouze  $V_z$  na rameni  $r$ ), tak je kroutící moment  $M_t = 0$ .

Síly v jednotlivých částech průřezu lze vypočítat integrací smykového napětí na dané části průřezu:

$$V = \int_A \tau dA.$$

Jedná se tedy o výpočet objemu obrazce vytvořeného smykovým napětím

$$V = A_\tau \cdot t,$$

kde  $A_\tau$  značí plochu obrazce smykového napětí,  $t$  tloušťku průřezu.

Plocha parabolické části u obrazců napětí se dá určit ze vztahu

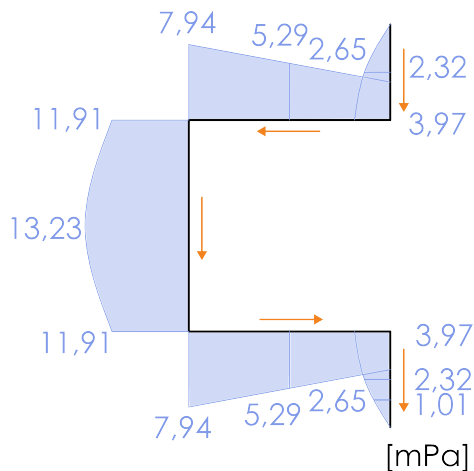
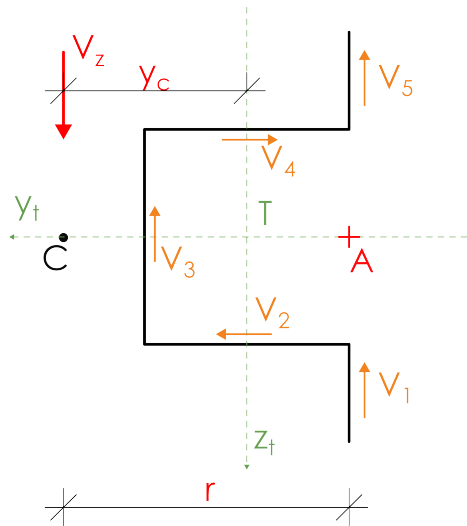
$$A = \frac{2}{3} L \cdot v,$$

kde  $L$  je délka paraboly a  $v$  hodnota ve vrcholu paraboly.

# Příklad P2

## Zadání příkladu P2

Určete střed smyku u průřezu z příkladu P1.



Pro sestavení momentové podmínky je výhodné zvolit bod **A**, síly  $V_1$  a  $V_5$  působí tedy na nulovém rameni a není třeba s nimi počítat.

Výpočet sil z ploch napětí:

$$V_2 = V_4 = (2,65 \cdot 100 + 0,5 \cdot 5,29 \cdot 100) \cdot 3 = 1588N$$

$$V_3 = (11,91 \cdot 100 + \frac{2}{3} \cdot 100 \cdot 1,32) \cdot 2 = 2558N$$

Sestavení momentové podmínky:

$$V_z \cdot r = V_2 \cdot 50 + V_4 \cdot 40 + V_3 \cdot 100 \rightarrow$$

$$r = \frac{V_2 \cdot 50 + V_4 \cdot 50 + V_3 \cdot 100}{V_z} = \frac{1588 \cdot 50 + 1588 \cdot 50 + 2558 \cdot 100}{3000} = 138,2mm$$

Střed smyku tedy leží 138,2 mm od bodu A, nebo

$$y_c = 138,2 - 50 = 88,2mm$$

od těžiště. Pokud tímto bodem bude procházet výslednice zatěžovacích sil (v našem případě pouze  $V_z$ ), bude kroutící moment v průřezu nulový.