

Cvičení 6.: Současné působení tahu/tlaku s ohybem

Pružnost a pevnost/BDA002

Ing. Ondřej Holíš

Ústav stavební mechaniky, Fakulta stavební VUT v Brně

2024/2025

1 Současné působení tahu/tlaku s ohybem

2 Mimostředný tah/tlak

3 Příklad 1.

4 Jádro průřezu

5 Příklad P2:

Současné působení tahu/tlaku s ohybem

Postup výpočtu je velmi podobný, jako v minulých případech, přibude akorát působení normálové síly $N(x)$ které se přičte (případně otečte - v závislosti na směru působení a souřadném systému) k napětí ohybovému:

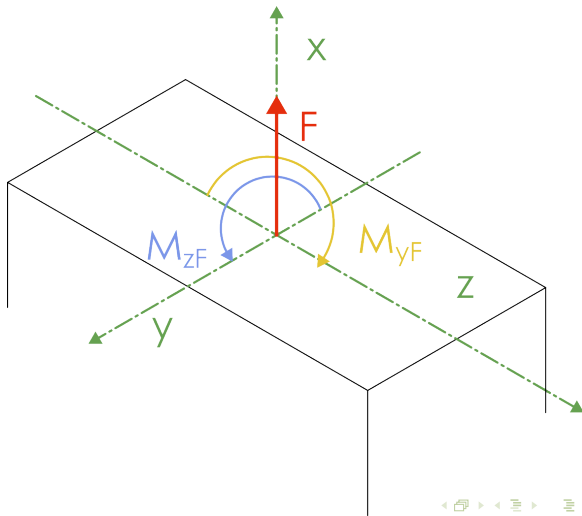
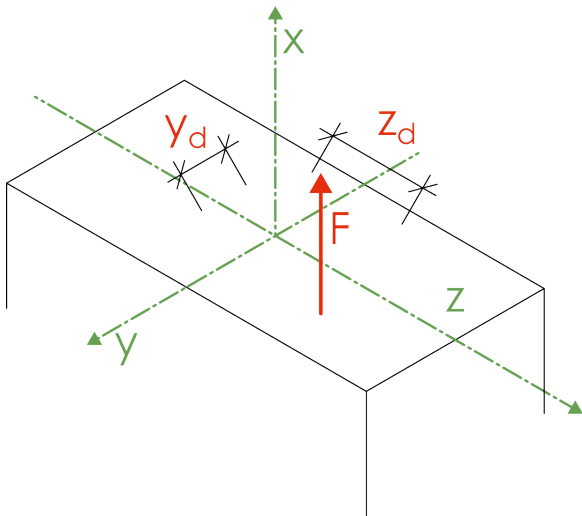
$$\sigma = \frac{N(x)}{A} + \frac{M_y(x)}{I_y} \cdot z - \frac{M_z(x)}{I_z} \cdot y,$$

kde právě $N(x)$ značí velikost normálové síly v daném řezu a A plochu průřezu. S využitím modulu průřezu pro určení napětí na krajních vláknech:

$$\sigma = \frac{N(x)}{A} \pm \frac{|M_y(x)|}{W_y} \pm \frac{|M_z(x)|}{W_z}.$$

Mimostředný tah/tlak

V případě, že normálová síla N neprochází těžištěm průřezu, vzniká v řezu dodatečný ohybový moment. Pro výpočet napětí je tedy nutné uvažovat jak působení normálové síly, tak i ohybových momentů vyvozených její excentricitou.



Pro zjednodušení výpočtů využijeme poloměru setrvačnosti i , který vyjadřuje

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}}.$$

Pro moment setrvačnosti tedy platí, že:

$$I_y = i_y^2 \cdot A,$$

$$I_z = i_z^2 \cdot A.$$

Po dosazení do vztahu pro výpočet napětí v kombinaci ohybu a normálové síly dostaneme:

$$\sigma = \frac{N}{A} \left[1 + \frac{z_d}{i_y^2} \cdot z + \frac{y_d}{i_z^2} \cdot y \right],$$

kde z_d a y_d jsou excentricity normálové síly od těžiště, i_y a i_z poloměry setrvačnosti a z , y pořadnice vláken, ve kterých počítáme napětí. Tyto jediné se při výpočtu budou měnit.

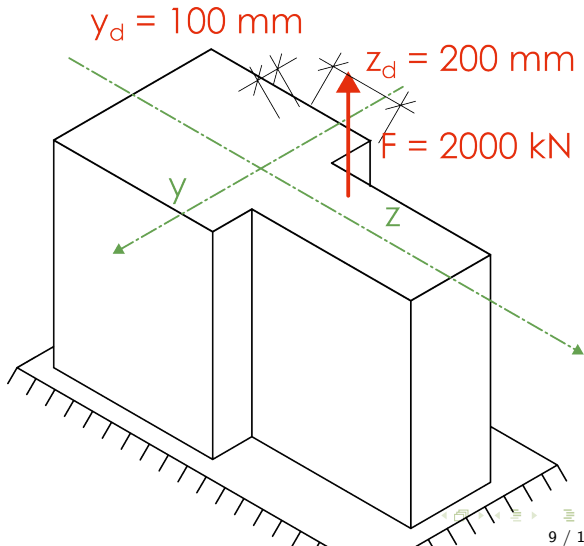
U všech pořadnic je nutné dávat pozor na znaménko! Ve směru osy je kladné, proti směru osy záporné.

Příklad 1.

P1

Určete napětí v několika bodech průřezu a určete polohu neutrální osy.

- $A = 405000 \text{ mm}^2$
- $I_{y,T} = 25,059 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$
- $I_{z,T} = 9,113 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$
- $F = 2000 \text{ kN}$
- $y_d = 100 \text{ mm}$
- $z_d = 200 \text{ mm}$



$$i_y^2 = \frac{I_y}{A} = 61874 \text{ mm}^2$$

$$i_z^2 = \frac{I_z}{A} = 22500 \text{ mm}^2$$

$$\sigma = \frac{N}{A} \left[1 + \frac{z_d}{i_y^2} \cdot z + \frac{y_d}{i_z^2} \cdot y \right] \rightarrow$$

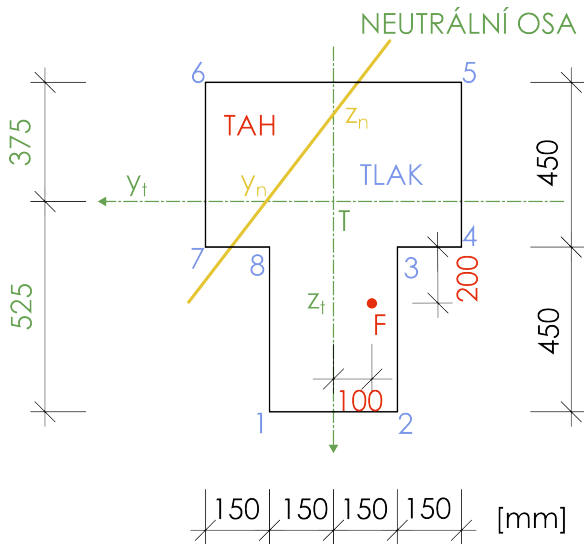
Numerické vyjádření do rovnice:

$$\sigma = \frac{20000000}{405000} \left[1 + \frac{200}{61874} \cdot z + \frac{-100}{22500} \cdot y \right] \rightarrow$$

$$\sigma = 49,38 [1 + 0,0032 \cdot z - 0,0044 \cdot y].$$

Příklad P1:

- Bod 1: $y_1 = 150\text{mm}$, $z_1 = 525\text{mm}$,
 $\sigma_1 = -10,26\text{MPa}$
- Bod 2: $y_2 = -150\text{mm}$, $z_2 = 525\text{mm}$,
 $\sigma_2 = -16,611\text{MPa}$
- Bod 6: $y_6 = 300\text{mm}$, $z_6 = -375\text{mm}$,
 $\sigma_6 = 7,632\text{MPa}$
- Bod 7: $y_7 = 300\text{mm}$, $z_7 = 75\text{mm}$,
 $\sigma_7 = 0,449\text{MPa}$



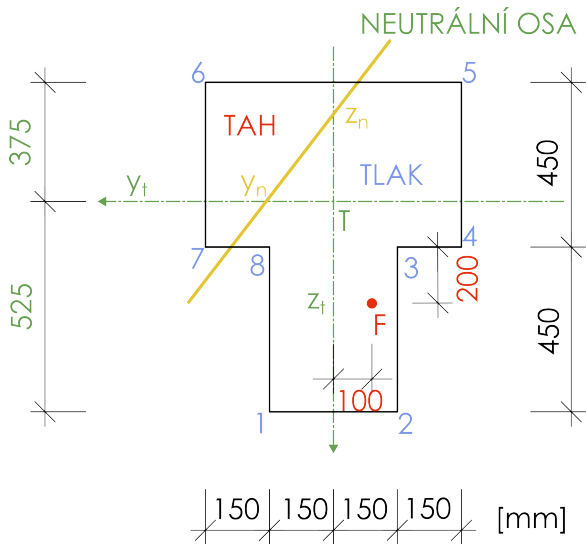
Příklad P1:

Nutrální osa:

$$\sigma = 0 \rightarrow$$

$$1 + 0,0032 \cdot z - 0,0044 \cdot y = 0$$

- $y_T : z = 0, y_n = 0,225\text{mm}$
- $z_T : y = 0, z_n = -0,309\text{mm}$



Jádro průřezu

Jádro průřezu je plocha nacházející se okolo těžiště průřezu, která vymezuje maximální excentricity normálové mimotěžištní síly, aby byl průřez stále tlačný.

Pokud se síla nachází mimo tuto plochu, nalázá se v průřezu tah a tlak současně. Může zde vzniknout problém s dimenzováním u určitých materiálů - například beton.

Jádrové body $[y_j; z_j]$ jsou všechny body, které odpovídají takovým neutrálním osám $[y_n; 0]$ a $[0; z_n]$, které se dotýkají průřezu ale nikde jej neprotínají.

$$[y_n; 0] \rightarrow y_j = -\frac{i_z^2}{y_n}$$

$$[0; z_n] \rightarrow z_j = -\frac{i_y^2}{z_n}$$

Příklad P2:

Zadání

Určete jádro průřezu u průřezu z T1

- osa 1: $y_{n,1} = \infty$, $z_{n,1} = -375\text{mm}$,
 $y_{j,1} = 0\text{mm}$, $z_{j,1} = 165\text{mm}$
- osa 2: $y_{n,2} = 300\text{mm}$, $z_{n,2} = \infty\text{mm}$,
 $y_{j,2} = -75\text{mm}$, $z_{j,2} = 0\text{mm}$
- osa 3:
 $y_{n,3} = \tan 18,40 \cdot 75 + 300 = 325\text{mm}$,
 $z_{n,3} = \frac{150}{\tan 18,40} + 525 = 975\text{mm}$,
 $y_{j,3} = -69\text{mm}$, $z_{j,3} = -63\text{mm}$
- osa 4: $y_{n,4} = \infty$, $z_{n,4} = 525\text{mm}$,
 $y_{j,4} = 0\text{mm}$, $z_{j,4} = -118\text{mm}$

