

Cvičení 5.: Prostorový (šikmý) ohyb

Pružnost a pevnost/BDA002

Ing. Ondřej Holíš

Ústav stavební mechaniky, Fakulta stavební VUT v Brně

2024/2025

1 Prostorový (šikmý) ohyb

2 Příklad 1.

3 Příklad 2.

Prostorový (šikmý) ohyb

Výpočet napětí od prostorového ohybu v jednotlivých bodech zájmu v průřezu lze provést pomocí následujících vztahů:

$$\sigma = \frac{M_y(x)}{I_y} \cdot z - \frac{M_z(x)}{I_z} \cdot y,$$

kde záporné znaménko souvisí se znaménkovou konvencí, kde kladný moment M_z vyvolává v bodech s kladnou pořadnicí y záporná normálová napětí.

S využitím průřezového modulu lze vztah napsat jako

$$\sigma = \pm \frac{|M_y(x)|}{W_y} \pm \frac{|M_z(x)|}{W_z},$$

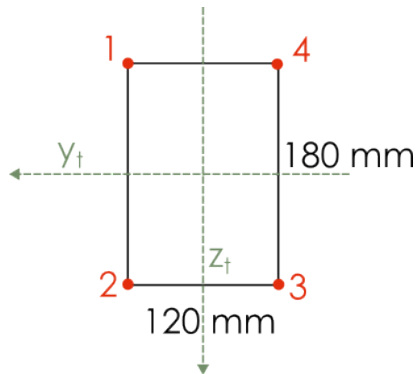
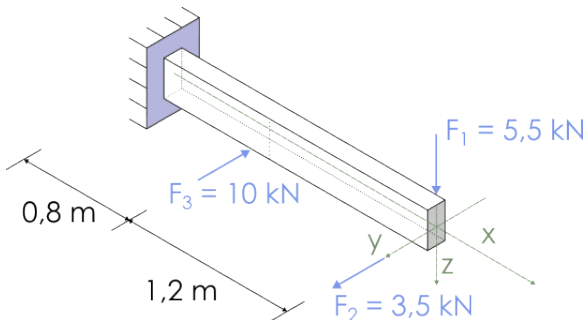
kde znaménko je určeno dle kladné/záporné pořadnice bodu zájmu, ve kterém je napětí počítáno.

Příklad 1.

Příklad 1.

Zadání

Nakreslete průběh napětí po průřezu v nejvíce namáhaném místě konstrukce a nakreslete neutrální osu.



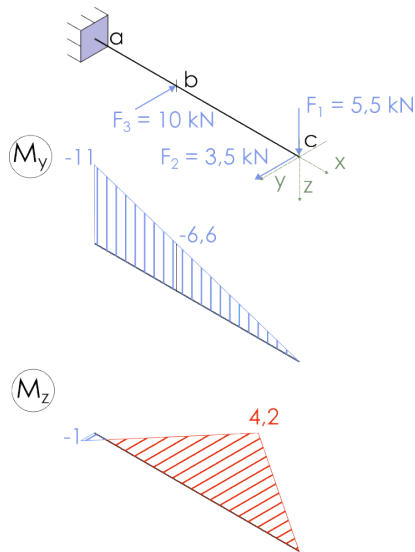
$$I_{y,t} = \frac{1}{12} \cdot 120 \cdot 180^3 = 58,32 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$I_{z,t} = \frac{1}{12} \cdot 180 \cdot 120^3 = 25,92 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$W_y = \frac{1}{6} \cdot 120 \cdot 180^2 = 0,64 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$$

$$W_z = \frac{1}{6} \cdot 180 \cdot 120^2 = 0,43 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$$

V kterém bodě bude maximální napětí? Bod *a*,
nebo bod *b*?



Ve kterém bodě bude maximální napětí? Bod *a*, nebo bod *b*?

$$\sigma_{max,a} = \frac{|M_{y,a}|}{W_y} + \frac{|M_{z,a}|}{W_z} \rightarrow$$

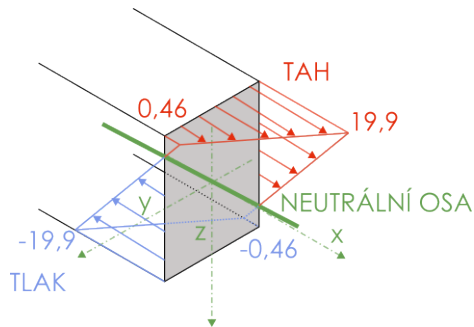
$$\sigma_{max,a} = \frac{11 \cdot 10^6}{0,64 \cdot 10^6} + \frac{1 \cdot 10^6}{0,43 \cdot 10^6} = 19,29 MPa$$

$$\sigma_{max,b} = \frac{|M_{y,b}|}{W_y} + \frac{|M_{z,b}|}{W_z} \rightarrow$$

$$\sigma_{max,b} = \frac{6,6 \cdot 10^6}{0,64 \cdot 10^6} + \frac{4,2 \cdot 10^6}{0,43 \cdot 10^6} = 19,29 MPa$$

Maximální napětí na konstrukci je dosaženo v bodě *b*.

- $\sigma_1 = \frac{M_{y,b}}{I_y} \cdot z_1 - \frac{M_{z,b}}{I_z} \cdot y_1 = 0,463 \text{ MPa}$
- $\sigma_2 = -19,907 \text{ MPa}$
- $\sigma_3 = -0,463 \text{ MPa}$
- $\sigma_4 = 19,907 \text{ MPa}$



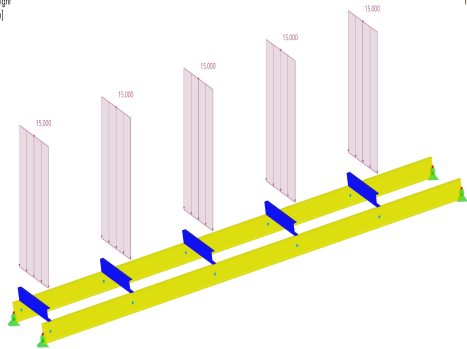
Příklad 2.

P2

Posuďte střešní vaznici na obrázku. Předpokládejte, že zatížení nevyvolá kroucení nosníku (prochází středem smyku C).

LC1: LOADING, IN AXONOMETRIC DIRECTION

LC1 - Self-weight
Loads [kN/m]

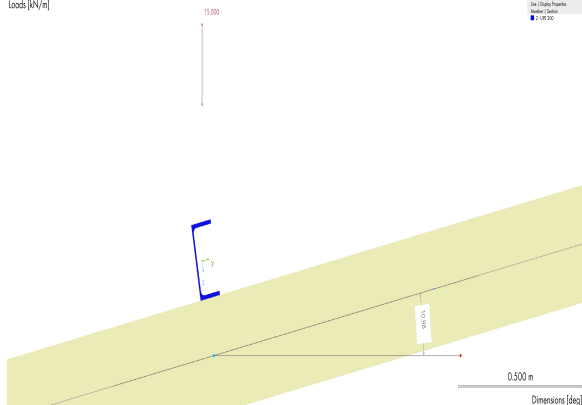


In Axonometric Direction
Colors of Rendered Objects

Hide (Display Properties)
Show (Display Properties)
Render (Delete)
1 - 15,000
2 - 15,000

LC1: LOADING, IN DIRECTION +X

Visibility mode
LC1 - Self-weight
Loads [kN/m]



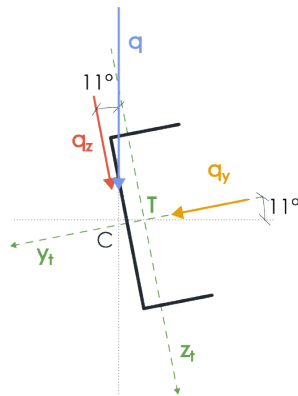
In direction +X
Colors of Rendered Objects

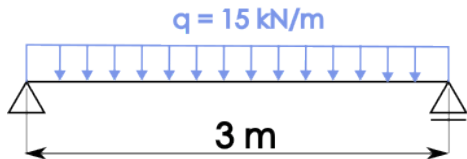
Hide (Display Properties)
Show (Display Properties)
Render (Delete)
1 - 15,000
2 - 15,000

0.500 m
Dimensions [deg]

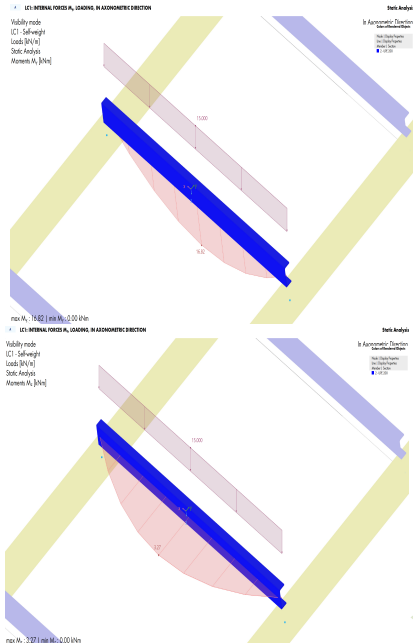
Nežli přepočítávat průřezové charakteristiky k natočeným osám nosníku je jednodušší přetransformovat působící zatížení, aby korespondovalo s lokálními osami průřezu.

- $q_y = \sin \alpha \cdot q = \sin 11 \cdot 15 = 2,86 \text{ kN/m}$
- $q_z = \cos \alpha \cdot q = \cos 11 \cdot 15 = 14,72 \text{ kN/m}$





- $M_z = \frac{1}{8} q_y l^2 = \frac{1}{8} \cdot 2,86 \cdot 3^2 = 3,22 \text{ kNm}$
- $M_y = \frac{1}{8} q_z l^2 = \frac{1}{8} \cdot 14,72 \cdot 3^2 = 16,56 \text{ kNm}$



Ocelový profil UPE 200:

- $f_y = 210 \text{ MPa}$
- $W_y = 191 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$
- $W_{z,1} = 26,9 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$
- $W_{z,2} = 73,3 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$



Pro body 2 a 3 na průřezu je nutné použít modul průřezu $W_{z,2}$ - díky nesymetrické poloze těžiště je jedna výška h pro výpočet W_z větší, než druhá. Pro průřezy 1 a 4 použijeme $W_{z,1}$.

$$\sigma_1 = -\frac{16,56 \cdot 10^6}{191 \cdot 10^3} - \frac{3,22 \cdot 10^6}{26,9 \cdot 10^3} = -206,4 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2 = -\frac{16,56 \cdot 10^6}{191 \cdot 10^3} + \frac{3,22 \cdot 10^6}{73,3 \cdot 10^3} = -42,7 \text{ MPa}$$

$$\sigma_3 = \frac{16,56 \cdot 10^6}{191 \cdot 10^3} + \frac{3,22 \cdot 10^6}{73,3 \cdot 10^3} = 131,08 \text{ MPa}$$

$$\sigma_4 = \frac{16,56 \cdot 10^6}{191 \cdot 10^3} - \frac{3,22 \cdot 10^6}{26,9 \cdot 10^3} = -33 \text{ MPa}$$

Posudek:

$$206,4 < 210 \text{ MPa}$$

průřez vyhoví!