

Cvičení 3.: Prostý tah a tlak složitější případy a normálové napětí při ohybu

Pružnost a pevnost/BDA002

Ing. Ondřej Holíš

Ústav stavební mechaniky, Fakulta stavební VUT v Brně

2024/2025

1 Příklad tah a tlak

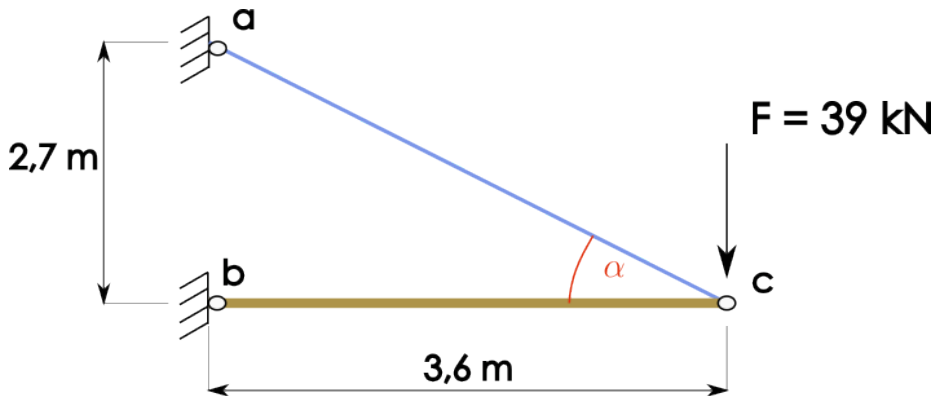
2 Rovinný ohyb

Příklad tah a tlak

Příklad 1.

P1

Určete rozměry ocelového táhla kruhového průřezu a dřevěného trámku čtvercového průřezu v konstrukci dle statického schématu. Dřevěný trám je zajištěn proti vybočení. Určete vodorovnou a svislou složku posunují bodu c.



Příklad 1.

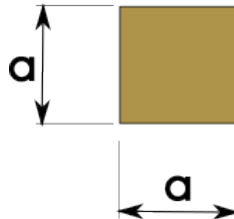
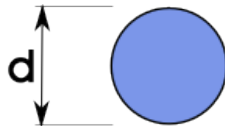
Průřezy

Kruhové ocelové táhlo:

- $f_d = 210\text{MPa}$
- $E = 210\text{GPa}$

Čtvercový dřevěný trám:

- $f_d = 8\text{MPa}$
- $E = 10\text{GPa}$

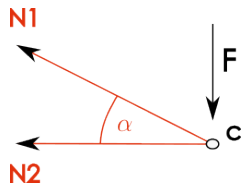


$$\sum F_{i,x} = 0 \Rightarrow N_2 + N_1 \cdot \cos \alpha = 0$$

$$\sum F_{i,z} = 0 \Rightarrow -F + N_1 \cdot \sin \alpha = 0$$

$$N_1 = +65 \text{ kN}$$

$$N_2 = -52 \text{ kN}$$



Posouzení a návrh táhla:

$$f_{d,1} = \sigma_{max} = \frac{N_1}{A_{min}}$$

$$A_{1,min} = \frac{N_1}{f_{d,1}} = 309,52mm^2$$

$$A = \frac{\pi d^2}{4} \rightarrow d_{min} = 19,85mm$$

$$d = 20mm \rightarrow A_1 = 314,159mm^2$$

Posudek:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = 206,9MPa$$

Posouzení a návrh trámu:

$$f_{d,2} = \sigma_{max} = \frac{N_2}{A_{2,min}}$$

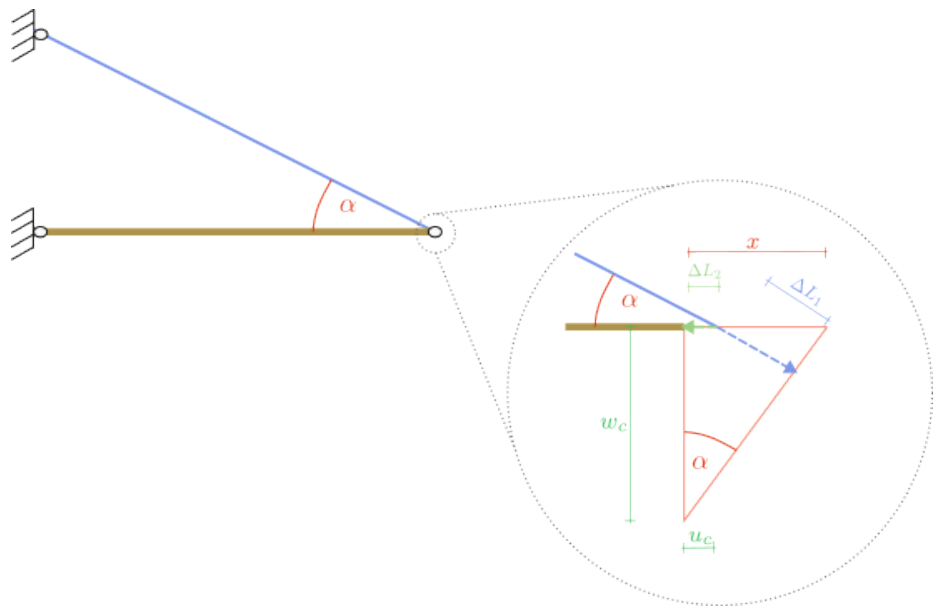
$$A_{2,min} = \frac{N_2}{f_{d,2}} = 6500mm^2$$

$$A = \sqrt{A_{2,min}} \rightarrow a_{min} = 80,62mm$$

$$d = 100mm \rightarrow A_2 = 10000mm^2$$

Posudek:

$$\sigma_1 = \frac{N_2}{A_2} = 5,12MPa$$



$$\Delta L_1 = \frac{N_1 L_1}{E_1 A_1} = 4,434 \text{ mm}$$

$$\Delta L_2 = -1,872 \text{ mm}$$

$$\cos \alpha = L_2 / L_1 = 0,8$$

$$u_c = \Delta L_2 = -1,872 \text{ mm}$$

$$\cos \alpha = \frac{\Delta L_1}{x} \rightarrow x = 5,54 \text{ mm}$$

$$\text{tg} \alpha = \frac{\Delta L_2 + x}{w_c} \rightarrow w_c = 9,886 \text{ mm}$$

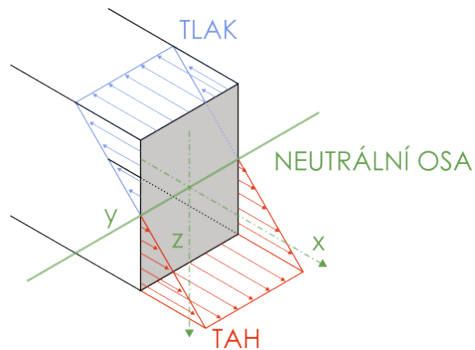
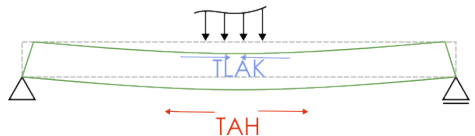
Rovinný ohyb

Normálové napětí při rovinném ohybu

Při deformaci nosníku způsobené působením ohybového momentu, nebo posouvající síly dochází k přetvoření jednotlivých vláken průřezu **tlakem** a **tahem** zároveň. Vzniklé napětí od takového způsobu zatěžování označujeme jako **napětí při ohybu**.

V místě nulového napětí - tedy tam, kde se vlákna neprotáhnou ani nezkrátí, leží takzvaná **neutrální osa**. Zde je napětí $\sigma = 0$. Normálová osa se u průřezů z jednoho materiálu při dostředném zatížení nachází v **těžišti průřezu**. Pozor, není to však pravidlo a při složitějších případech namáhání je nutné ji vypočítat z rovnosti sil.

Průběh napětí a přetvoření předpokládáme u prutových nosných prvků **lineární**.



Za předpokladu, že v daném průřezu působí pouze ohybový moment (tedy žádná posouvající ani normálová síla) lze normálové napětí vypočítat ze vzorce

$$\sigma_x = \frac{M_y}{I_y} \cdot z,$$

kde σ_x značí normálové napětí, M_y ohybový moment kolmý na osu y , I_y moment setrvačnosti kolmý k ose y a z pořadnici místa výpočtu od neutrální osy.

Pořadnice z se určuje s počátkem v neutrální ose, směrem nahoru je záporná, směrem dolů kladná.

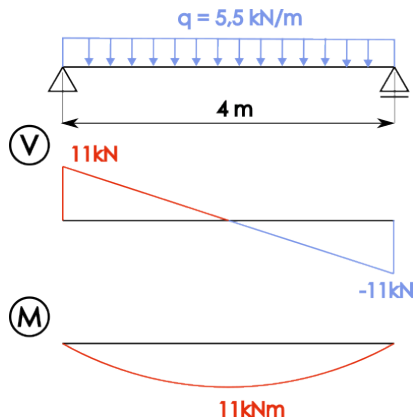
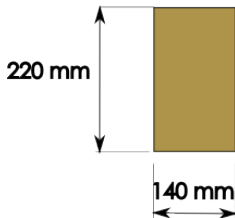
Při rovinných úlohách, kde je směr namáhání zřetelný, je možné spodní indexy vypustit.

Zadání

Nakreslete průběh napětí po výšce průřezu v nejvíce namáhaném místě nosníku, posuďte, zda nosník vyhovuje.

Materiál - dřevo

■ $f_d = 12 \text{ MPa}$



$$I_y = \frac{1}{12}bh^3 = 126,23 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\sigma^h = \frac{M_y}{I_y} \cdot z_h = \frac{11 \cdot 10^6}{123,23 \cdot 10^6} \cdot (-110) = -9,74 \text{ MPa}$$

$$\sigma^d = \frac{M_y}{I_y} \cdot z_d = \frac{11 \cdot 10^6}{123,23 \cdot 10^6} \cdot 110 = 9,74 \text{ MPa}$$

