Cvičení 2.: Prostý tah a tlak

Pružnost a pevnost/BDA002

Ing. Ondřej Holiš

Ústav stavební mechaniky, Fakulta stavební VUT v Brně

2024/2025

Obsah

1 Teoretický úvod do problematiky

2 Příklady

Teoretický úvod do problematiky

Výchozí předpoklady

Výchozí předpoklady lineární teorie pružnosti

- **Spojitost látky** - těleso jako kontinuum, vyplněno látkou bez mezer, bez zohlednění mikrostruktury.
- **Lineární pružnost** - fyzikální linearita, těleso se po deformaci vrací do původního stavu.
- **Homogenita a izotropie** - vlastnosti jsou ve všech bodech tělesa stejné a nezávislé na směru.
- **Malé deformace** - geometrická linearita, deformace je vzhledem k rozměrům konstrukce malá.
- **Statické zatěžování** - nárust zatížení je dostatečně pomalý.
- **Počáteční nenapjatost.**

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ FAKULTA STAVEBNÍ

Napětí

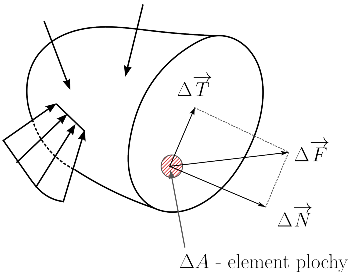
- Normálové napětí

$$\sigma = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta \overrightarrow{N}}{\Delta A}$$

- Smykové (tečné, tangenciální) napětí

$$\tau = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta \overrightarrow{T}}{\Delta A}$$

Jednotkou napětí je $[N/m^2]$ tedy $[Pa]$. Ve statické praxi je vhodné využívat "ocelářskou konvenci" $[N]$, $[mm]$, $[MPa]$.



Obrázek: Definice napětí.

Hookův zákon a přetvoření

Poměrné přetvoření

$$\varepsilon = \frac{dx - dx}{dx} = \frac{\Delta dx}{dx} \rightarrow \frac{\Delta L}{L},$$

kde L značí délku prutu, ΔL rozdíl délky původní a deformované, ε poměrné přetvoření v tahu/tlaku. Dále platí vztah pro protažení/zkrácení od normálové síly:

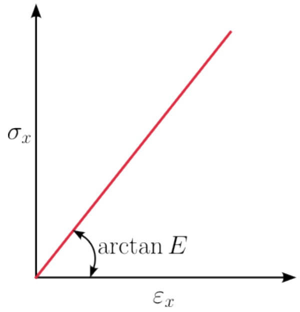
$$\Delta L = \frac{NL}{EA}$$

,

Hookův zákon

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E},$$

kde σ značí napětí, E je Youngův modul pružnosti.



Obrázek: Hookův zákon.

Vliv teploty a tahtlak

Deformace od změny teploty

$$\varepsilon_{x,T} = \varepsilon_{y,T} = \varepsilon_{z,T} = \alpha \Delta T$$

,

kde α je součinitel tepelné roztažnosti v K^{-1}, resp. $^{-1}$. Není-li deformaci bráněno, nevzniká v tělese napětí, pouze se přetvoří.

Tah a tlak

Platí pouze, je-li jediná vnitřní síla ta **normálová**.

$$N = \int_A \sigma_x dA$$

$$N = \sigma_x A$$

Příklady

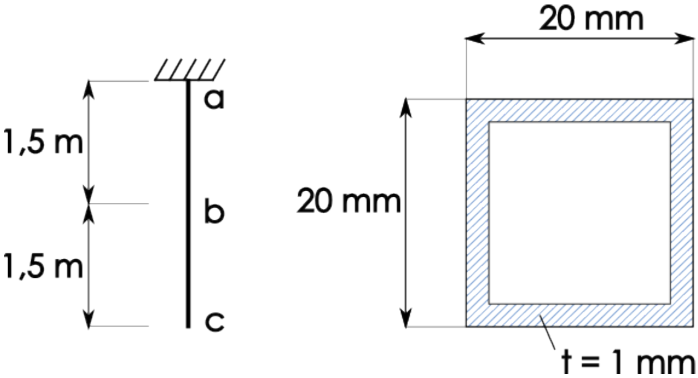
Příklad 1

P1

Určete maximální napětí v prutu, posuďte, zda vyhovuje a určete posuny bodů b a c.

Materiál - hliník

- $E = 70 GPa$
- $f_d = 150 MPa$
- $F = 10,5 kN$



Příklad 1

$$A = 76mm^2$$
$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{10500}{76} = 138,16Mpa$$
$$\rightarrow 138,16Mpa < f_d = 150MPa \rightarrow VYHOVUJE$$

Posuny bodů b a c:

$$u(x) = \int \frac{N}{EA}dx = \frac{1}{EA}\int Ndx = \frac{N}{EA}(x+c)$$

okrajová podmínka - v bodě a je posun 0:

$$u_a = u_{x=0} = 0$$

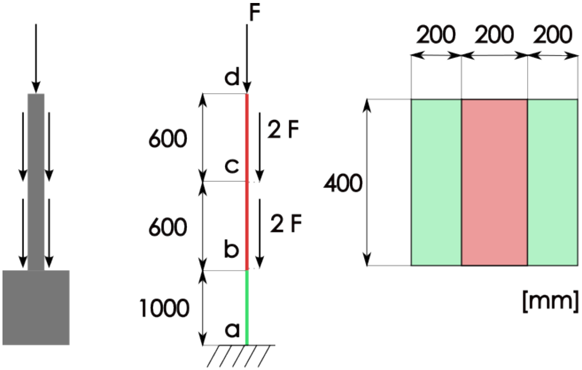
$$0 + c = 0 \rightarrow c = 0$$
$$u(x) = \frac{N}{EA} \cdot x$$
$$u_b = u_{x=1500} = \frac{10500 \cdot 1500}{70000 \cdot 76} = 2,96mm$$
$$u_c = u_{x=3000} = 5,92mm$$

P2:

Vykreslete průběh napětí po výšce sloupu a určete celkové zkrácení sloupu. Vlastní tíhu neuvažujte.

Materiál - Beton

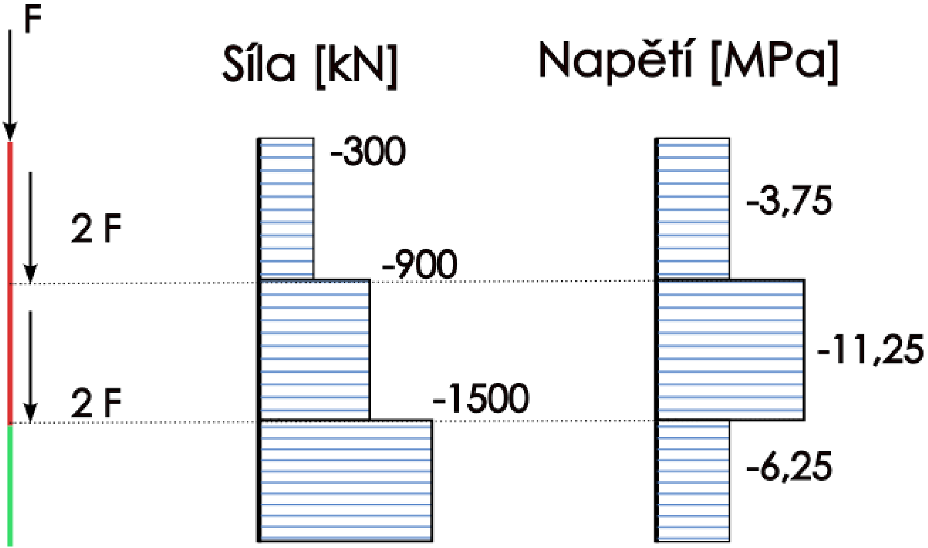
- $E = 27 GPa$
- $F = 300 kN$



$$A_1 = 80000mm^2$$
$$A_2 = 240000mm^2$$
$$\sigma_{cd} = -3,75MPa$$
$$\sigma_{bc} = -11,25MPa$$
$$\sigma_{ab} = -6,25MPa$$

$$\Delta L_{cd} = \frac{NL}{EA} = \frac{-300000 \cdot 600}{27000 \cdot 80000} = -0,083mm$$
$$\Delta L_{bc} = -0,25mm$$
$$\Delta L_{bc} = -0,231mm$$

$$\Delta L = \sum \Delta L_i = -0,565mm$$


F
Síla [kN]
Napětí [MPa]
-300
-3,75
2 F
-900
-11,25
2 F
-1500
-6,25

Příklad 3

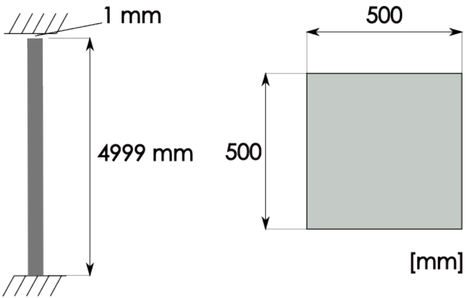
P3

Určete:

1. o kolik $^\circ C$ se má oteplit betonový sloup, aby se dotkl stropu,
2. jaké napětí a vnitřní síla bude ve sloupu při oteplení o $30^\circ C$.

Beton:

- $E = 21 GPa$
- $\alpha_T = 1,2 \cdot 10^{-5} K^{-1}$



1)

$$\Delta T = ?$$

$$\Delta T = \frac{\Delta L}{L\alpha_T} = \frac{1}{4999 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5}} = 16,67^\circ C$$

2)

$$\Delta L_1 = 4999 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot 30$$

$$\Delta L_1 = 1,8mm \rightarrow L_1 = 5000,8mm$$

$$\Delta L_2 = 5000 - 5000,8 = -0,8mm$$

$$N = \frac{\Delta L_2 EA}{L}$$

$$N = \frac{-0,8 \cdot 21000 \cdot 250000}{5000,8} = -839865N$$

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{-839865}{250000} = -3,359MPa$$