Príklad 185. Zistite osové sily v prútoch *1* a *2* naznačenej žeriavovej konštrukcie. Zaťaženie $P = 500$ kp, $l = 2{,}5$ m, $l' = 1{,}5$ m, $v = 3{,}0$ m *(obr. 185)*.

Riešenie:

Pri hľadaní veľkosti síl P_1 a P_2 ,ktoré pôsobia v prútoch *1* a *2*, počtárskym spôsobom, predpokladáme hneď na začiatku, že sily P_1 a P_2 pôsobia od uzla *c* smerom k podperovým uzlom *a* a *b*; ak nám po vyčíslení vyjde niektorá z týchto síl kladná, pôsobí v predpokladanom kladnom zmysle (teda od uzla *c* v smere prúta), a naopak. Pri počtárskom riešení určíme v uzle *c* uhly α_1 a α_2, ktoré zvierajú osi prútov *1* a *2* so zvislou osou a použijeme súčtové podmienky rovnováhy vo zvislom a vodorovnom smere, čím dostaneme rovnice

$$P = P_1 \cos \alpha_1 + P_2 \cos \alpha_2 \qquad \text{(I)}$$

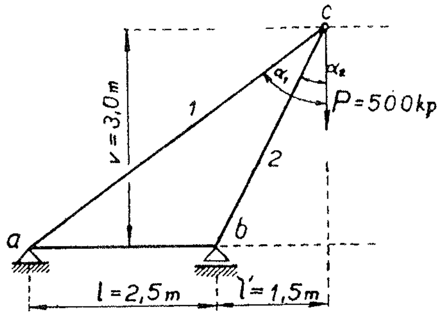
$$\cos \alpha_1 = \frac{3}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 0{,}60$$

$$\cos \alpha_2 = \frac{3}{\sqrt{3^2 + 1{,}5^2}} = 0{,}90$$

$$P_1 \sin \alpha_1 + P_2 \sin \alpha_2 = 0 \qquad \text{(II)}$$

$$\sin \alpha_1 = \frac{4}{5} = 0{,}80$$

$$\sin \alpha_2 = \frac{1{,}5}{3{,}36} \doteq 0{,}45$$



Obr. 185

$$500 = 0{,}6P_1 = 0{,}9P_2 \qquad \text{(I)}$$

$$0{,}8P_1 = -0{,}45P_2 \qquad \text{(II)}$$

Ak rovnicu (II) vynásobíme piatimi, dostaneme:

$$4P_1 = -2{,}25P_2$$

z čoho

$$P_1 = -\frac{2{,}25}{4} P_2 \doteq -0{,}56P_2$$

Dosadením do rovnice (I) dostaneme:

$$500 = 0{,}6(-0{,}56)\, P_2 + 0{,}9P_2; \qquad 500 = -0{,}34P_2 + 0{,}9P_2$$

$$0{,}56P_2 = 500; \qquad P_2 = \frac{500}{0{,}56} \doteq 890 \text{ kp}$$

$$P_1 = -0{,}56P_2 = -0{,}56 \,.\, 890 \doteq 500 \text{ kp}$$

Ak hľadáme veľkosť osových síl prútov *1* a *2*, musíme si uvedomiť, že v uzle *c* musí byť rovnováha, čo značí, že výslednica všetkých síl pôsobiacich v bode *c* musí sa rovnať nule. Vektorove teda platí rovnica

$$\overline{P} + \overline{S}_1 + \overline{S}_2 = 0$$

Osové sily prútov sú vnútornými silami — majú teda opačný zmysel, i keď rovnakú veľkosť ako už určené sily P_1 a P_2 *(obr. 185b)*. Musí tu teda platiť, že veľkosť osovej sily

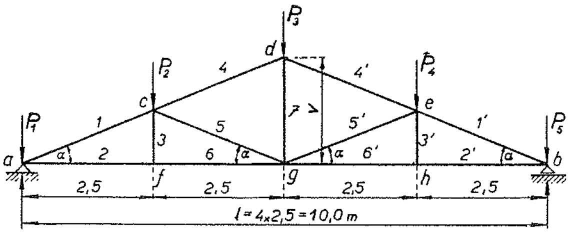
$$S_1 = -P_1 = 500 \text{ kp (ťah)}; \qquad S_2 = -P_2 = -890 \text{ kp (tlak)}$$

Príklad 186. Určte ~~graficky aj~~ počtársky veľkosť osových síl strešnej konštrukcie od zvislého zaťaženia $P_1 = P_5 = 1{,}5$ Mp, $P_2 = P_3 = P_4 = 2P_1$. Rozpätie $l = 4 \,.\, 2{,}5 = 10{,}0$ m, $v = 2{,}1$ m *(obr. 186)*.

Riešenie:

Tvar aj zaťaženie konštrukcie je symetrické, preto stačí, ak riešime polovicu nosníka. Reakcie sú rovnako veľké:

$$A = B = \frac{\Sigma P}{2} = \frac{12{,}0}{2} = 6{,}0 \text{ Mp}$$



Obr. 186

Najprv vypočítame dĺžky všetkých prútov a ich odklon od vodorovnej priamky. Dĺžka prútov

$$s_2 = s_6 = s_6' = s_2' = 2{,}5 \text{ m}; \quad s_7 = 2{,}1 \text{ m}; \quad s_3 = s_3' = \frac{s_7}{2} = 1{,}05 \text{ m}$$

$$s_1 = s_4 = s_5 = s_1' = s_4' = s_5' = \sqrt{2{,}5^2 + 1{,}05^2} = 2{,}71 \text{ m}$$

Začneme v dvojitom uzle, napr. v podpere a, kde z dvoch súčtových podmienok rovnováhy vypočítame osové sily S_1 a S_2:

$$S_2 + S_1 \cos \alpha = 0 \tag{I}$$

$$A - P_1 + S_1 \sin \alpha = 0 \tag{II}$$

Z rovnice (II)

$$S_1 = \frac{P_1 - A}{\sin \alpha} = \frac{(1{,}5 - 6{,}0) \,.\, 2{,}71}{1{,}05} = -11{,}61 \text{ Mp}$$

dosadíme do rovnice (I):

$$S_2 = -S_1 \cos \alpha = -(-11{,}61)\,\frac{2{,}5}{2{,}71} = 10{,}71 \text{ Mp}$$

Z obrazca je jasné (postúpime do uzla f), že

$$S_6 = S_2 = 10{,}71 \text{ Mp}; \qquad S_3 = 0$$

Z rovnováhy v uzle c vyplývajú súčtové rovnice:

$$-S_1 \cos \alpha + S_4 \cos \alpha + S_5 \cos \alpha = 0 \tag{I}$$

$$S_4 \sin \alpha - S_1 \sin \alpha - P_2 - S_5 \sin \alpha = 0 \tag{II}$$

Z obrazca vidíme, že

$$\cos \alpha = \frac{2{,}5}{2{,}71} \doteq 0{,}922$$

$$\sin \alpha = \frac{1{,}05}{2{,}71} = 0{,}387$$

Ak dosadíme, dostaneme rovnice

$$11{,}61 \,.\, 0{,}922 + 0{,}922 S_4 + 0{,}922 S_5 = 0 \tag{I}$$

$$0{,}387 S_4 + 11{,}61 \,.\, 0{,}387 - 3{,}0 - 0{,}397 S_5 = 0 \tag{II}$$

Z rovnice (I)

$$S_4 = -\frac{0{,}922 S_5 - 10{,}7}{0{,}922} = -S_5 - 11{,}6 \text{ Mp}$$

a dosadením do rovnice (II) dostaneme:

$$0{,}387(-S_5 - 11{,}6) - 0{,}387 S_5 + 1{,}49 = 0$$

$$S_5 = -\frac{2{,}999}{0{,}774} \doteq -3{,}87 \text{ Mp}$$

$$S_4 = -(-3{,}87) - 11{,}6 = -7{,}73 \text{ Mp}$$

Treba nám ešte určiť veľkosť osovej sily v prúte 7, čo urobíme zo súčtovej rovnovážnej podmienky sústavy síl pôsobiacich v uzle d:

$$-S_4 \cos \alpha + S_4' \cos \alpha = 0 \tag{I}$$

$$-S_7 - P_3 - S_4 \sin \alpha - S_4' \sin \alpha = 0 \tag{II}$$

Z rovnice (I)

$$S_4' = S_4 = -7{,}73 \text{ Mp}$$

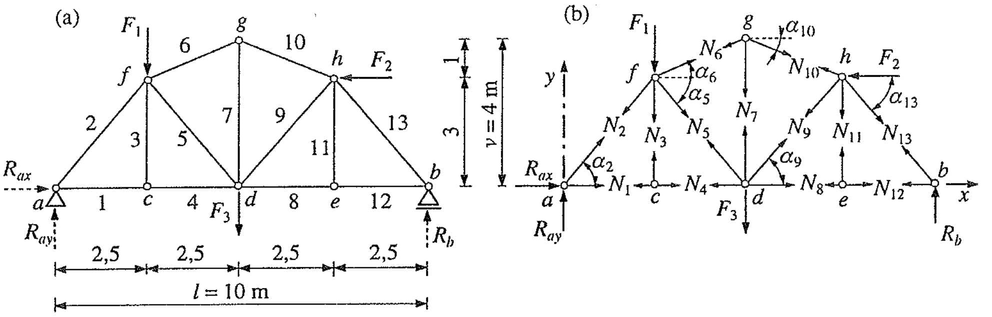
$$-S_7 - 3 + 7{,}73 \,.\, 0{,}387 + 7{,}73 \,.\, 0{,}387 = 0$$

$$S_7 = -3 + 3 + 3$$

$$S_7 = 3{,}0 \text{ Mp}$$

Příklad 13.3

Zjednodušenou styčníkovou metodou stanovte analyticky i graficky osové síly vnitřních prutů rovinné kloubové prutové soustavy na obr. 13.10a pro zatížení $F_1 = F_3 = 4$ kN, $F_2 = 3$ kN.



Obr. 13.10. Prutová soustava řešená zjednodušenou styčníkovou metodou

Analytické řešení

Vyšetřovaná prutová soustava je staticky i kinematicky určitá, neboť podle rov. (13.1) je $2 \cdot 8 = 13 + 1 + 2 \cdot 1$ a $D \neq 0$ (viz odstavec 13.1.3).

Výpočet složek reakcí vnějších vazeb R_{ax}, R_{ay}, R_b ze tří statických podmínek rovnováhy (2.34) sil působících na příhradový nosník uvolněný z podporových vazeb (obr. 13.10a):

$$1)\ \sum F_{ix} = 0: \quad R_{ax} - F_2 = 0 \ \Rightarrow\ R_{ax} = F_2 = 3\,\text{kN}(\rightarrow),$$

$$2)\ \sum M_{ib} = 0: \ -R_{ay} \cdot 10 + F_1 \cdot 7{,}5 + F_2 \cdot 3 + F_3 \cdot 5 = 0 \ \Rightarrow\ R_{ay} = 5{,}9\,\text{kN}(\uparrow),$$

$$3)\ \sum M_{ia} = 0: \quad R_b \cdot 10 - F_1 \cdot 2{,}5 + F_2 \cdot 3 - F_3 \cdot 5 = 0 \ \Rightarrow\ R_b = 2{,}1\,\text{kN}(\uparrow).$$

Kontrola:

$$\sum F_{iy} = 0: \quad R_{ay} + R_b - F_1 - F_3 = 0.$$

Uvolněné styčníky prutové soustavy znázorňuje obr. 13.10b. Prutová konstrukce má dva dvojné podporové body a, b. Řešení rovnovážných svazků sil zahájíme ve styčníku a a pak přejdeme postupně do styčníků c, f, g, d, e, h, b. Z tvaru prutové soustavy a zatížení (obr. 13.10b) je zřejmé, že pruty 3 a 11 nebudou namáhány a jejich $N_3 = N_{11} = 0$.

Stanovme předem délky l_i šikmých prutů $i = 2, 5, 6, 9, 10, 13$ a hodnoty goniometrických funkcí $\cos\alpha_i$, $\sin\alpha_i$ *ostrých úhlů* α_i, které svírají osové síly N_i těchto prutů s vodorovnou osou x (obr. 13.10b).

Prut $i = 2, 5, 9, 13$:

$$l_i = \sqrt{2{,}5^2 + 3^2} = 3{,}905\,\text{m}, \quad \cos\alpha_i = \frac{2{,}5}{3{,}905} = 0{,}640, \quad \sin\alpha_i = \frac{3}{3{,}905} = 0{,}768.$$

Prut 6, 10:

$$l_6 = l_{10} = \sqrt{2{,}5^2 + 1^2} = 2{,}693\,\text{m}, \ \cos\alpha_6 = \cos\alpha_{10} = 0{,}928, \ \sin\alpha_6 = \sin\alpha_{10} = 0{,}371.$$

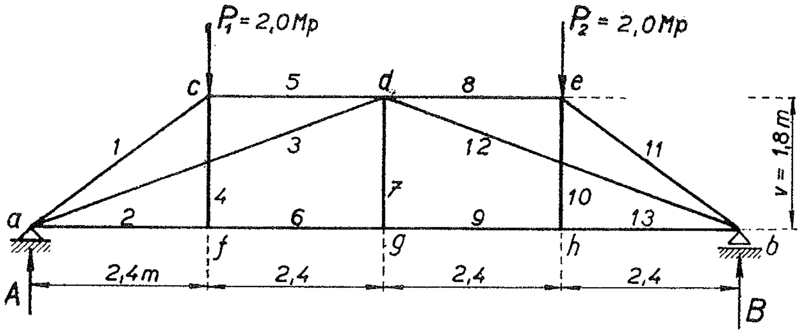
Řešení osových sil prutů ze součtových statických podmínek rovnováhy (13.4) jednotlivých rovinných svazků sil na obr. 13.10b:

Styčník	Statické podmínky rovnováhy do směrů x, y	Osové síly prutů
a	$N_1 + N_2\cos\alpha_2 + R_{ax} = 0$	$N_1 = 1{,}916$ kN
	$N_2\sin\alpha_2 + R_{ay} = 0$	$N_2 = -7{,}682$ kN (tlak)
c	$-N_1 + N_4 = 0$	$N_4 = N_1 = 1{,}916$ kN
	$\underline{N_3 = 0}$	
f	$-N_2\cos\alpha_2 + N_5\cos\alpha_5 + N_6\cos\alpha_6 = 0$	$N_5 = -0{,}064$ kN (tlak)
	$-N_2\sin\alpha_2 - N_5\sin\alpha_5 + N_6\sin\alpha_6 - N_3 - F_1 = 0$	$N_6 = -5{,}253$ kN (tlak)
g	$-N_6\cos\alpha_6 + N_{10}\cos\alpha_{10} = 0$	$N_{10} = N_6 = -5{,}253$ kN (tlak)
	$-N_6\sin\alpha_6 - N_{10}\sin\alpha_{10} - N_7 = 0$	$N_7 = 3{,}898$ kN
d	$-N_4 - N_5\cos\alpha_5 + N_9\cos\alpha_9 + N_8 = 0$	$N_8 = 1{,}749$ kN
	$N_7 + N_5\sin\alpha_5 + N_9\sin\alpha_9 - F_3 = 0$	$N_9 = 0{,}197$ kN
e	$-N_8 + N_{12} = 0$	$N_{12} = N_8 = 1{,}749$ kN
	$\underline{N_{11} = 0}$	
h	$-N_9\cos\alpha_9 - N_{10}\cos\alpha_{10} + N_{13}\cos\alpha_3 - F_2 = 0$	$N_{13} = -2{,}733$ kN (tlak)
	$-N_9\sin\alpha_9 + N_{10}\sin\alpha_{10} - N_{13}\sin\alpha_3 - N_{11} = 0$	kontrolní rovnice
b	$-N_{12} - N_{13}\cos\alpha_{13} = 0$	kontrolní rovnice
	$R_b + N_{13}\sin\alpha_{13} = 0$	kontrolní rovnice

Do statických podmínek rovnováhy, napsaných s předpokládaným smyslem osových sil (tah v prutech) podle obr. 13.10b, dosazujeme vypočtené osové síly co do velikosti i znaménka.

Tři složky podporových reakcí příhradového nosníku byly stanoveny předem z rovnováhy celku a proto nám zůstávají tři styčníkové rovnice jako kontrolní.

Príklad 211. Určte osové sily naznačenej konštrukcie. Nech $l = 4 \,.\, 2{,}4 = 9{,}6$ m, $v = 1{,}8$ m. Zaťaženie $P_1 = P_2 = 2{,}0$ Mp *(obr. 211)*.



Obr. 211

Riešenie:

Keďže pásové prúty sú zostrojené podľa výslednicovej čiary k vonkajšiemu zaťaženiu, osové sily vyplňovacích prútov (S_3, S_4, S_7, S_{10}, S_{12}) sa rovnajú nule.

Osové sily prútov *1* a *2*, prípadne *11* a *13* vypočítame zo súčtových podmienok rovnováhy v uzle a, resp. b.

Je jasné, že reakcie sú rovnaké: $A = B = 2{,}0$ Mp.

$$S_1 \sin\alpha + A = 0; \qquad \sin\alpha = \frac{1{,}8}{\sqrt{2{,}4^2 + 1{,}8^2}} = 0{,}6$$

$$S_1 = -\frac{A}{\sin\alpha} = -\frac{2{,}0}{0{,}6} = -3{,}33 \text{ Mp}$$

$$S_{11} = S_1 = -3{,}33 \text{ Mp}$$

$$S_1 \cos\alpha + S_2 = 0; \qquad \cos\alpha = \frac{2{,}4}{3{,}0} = 0{,}8$$

$$S_2 = -S_1 \cos\alpha = 3{,}33 \,.\, 0{,}8 = 2{,}664 \text{ Mp} = S_6 = S_9 = S_{13}$$

V uzle c vypočítame veľkosť osovej sily v prúte *5*:

$$-S_1 \cos\alpha + S_5 = 0 \qquad S_5 = S_1 \cos\alpha = -3{,}33 \,.\, 0{,}8 = -2{,}664 \text{ Mp}$$

Rovnaká osová sila musí pôsobiť aj v prúte *8*:

$$S_8 = S_5 = -2{,}664 \text{ Mp}$$

Rovnaké hodnoty osových síl dostávame aj v zložkovom obrazci.

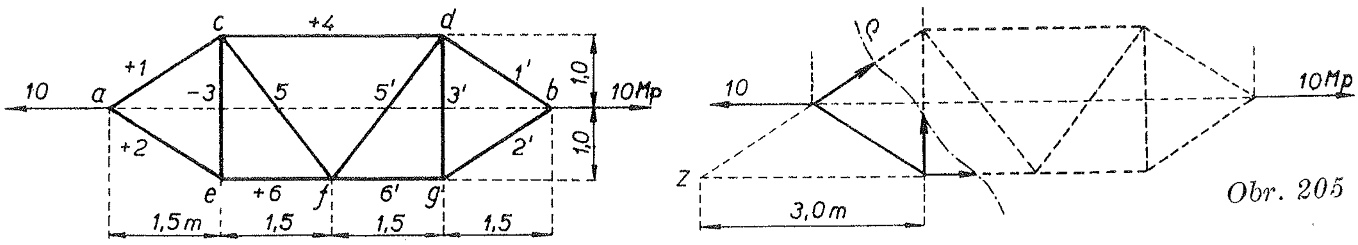
Že osová sila v prúte *4* je nulová, dokážeme zo súčtovej podmienky vo zvislom smere v uzle c:

$$-S_1 \sin\alpha - P_1 - S_4 = 0$$

$$S_4 = -S_1 \sin\alpha - P_1 = 3{,}33 \,.\, 0{,}6 - 2{,}0 = 0$$

Podobne môžeme dokázať zo súčtovej podmienky zvislých síl v uzle g a h, že $S_7 = S_{10} = 0$.

Príklad 205. Zistite počtársky osovú silu prúta *3* a ~~graficky~~ osové sily všetkých prútov konštrukcie *(obr. 205)*.



Obr. 205

Riešenie:

Osovú silu prúta *3* určíme priesečnou metódou.

Vedieme rez ϱ prútom *3* tak, aby preťal tri prúty, ktorých osi neprechádzajú jedným bodom, a odnímeme časť konštrukcie napravo od rezu ϱ.

Osové sily prútov preťatých rezom ϱ a vonkajšia sila (10 Mp), pôsobiaca na ľavú časť konštrukcie, sú v rovnováhe. Osovú silu S_3 vypočítame z momentovej podmienky rovnováhy k bodu z, ktorý je pridruženým momentovým stredom k prútu *3* (z je priesečník druhých dvoch rezom preťatých prútov).

$$-S_3 \,.\, 3{,}0 - 10 \,.\, 1{,}0 = 0$$

$$S_3 = -\frac{10}{3} = -\,3{,}3\dot{3}\ \text{Mp} \qquad \text{(tlak)}$$

[Symetrické: $S_5 = 0$; $S_3 = -3{,}333$ Mp; $S_4 = S_6 = 5$ Mp; $S_1 = S_2 = 6$ Mp]

Príklad 206. Vypočítajte osovú silu prúta *7* naznačenej priehradovej konštrukcie, zaťaženej sústredenou silou $P = 3{,}0$ Mp *(obr. 206)*. Určte ~~graficky~~ osové sily všetkých prútov.

Riešenie:

Najprv vypočítame reakcie.

$$A \,.\, 4{,}0 - P \,.\, 8{,}0 = 0$$

$$A = \frac{3 \,.\, 8{,}0}{4{,}0} = 6{,}0\ \text{Mp}$$

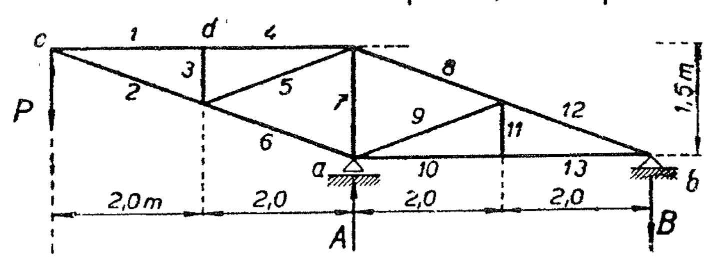
$$B \,.\, 4{,}0 + P \,.\, 4{,}0 = 0$$

$$B = \frac{-3 \,.\, 4{,}0}{4{,}0} = -3{,}0\ \text{Mp}$$

V uzle c vypočítame osové sily S_1, S_2. Z uzla d vyplýva, že $S_1 = S_4$, $S_3 = 0$. V uzle g je rovnováha medzi silami S_2 a S_6 (keďže $S_3 = 0$, musí sa aj $S_5 = 0$). Idúc sprava, musí sa aj $S_{11} = S_9 = 0$.

Teraz už môžeme viesť rez ϱ, lebo osové sily sa vyskytnú iba v prútoch 4, *7*, *10*, ktorých osi sa nepretínajú v jednom bode. Ponecháme pravú stranu konštrukcie a zo súčtovej podmienky rovnováhy vo zvislom smere dostaneme rovnicu

$$B - S_7 = 0; \qquad S_7 = B = -3{,}0\ \text{Mp (tlak)}$$



Obr. 206

[$A = 6$ Mp; $B = 3$ Mp;
$S_7 = -3$ Mp; $S_1 = S_4 = 8$ Mp;
$S_{10} = S_{13} = -8$ Mp;
$S_2 = S_6 = -8{,}544$ Mp;
$S_8 = S_{12} = 8{,}544$ Mp]

Príklad 187. Zistite, v ktorých prútoch naznačenej konštrukcie sú osové sily nulové *(obr. 187)*. Nech je konštrukcia zaťažená vodorovnou silou P (vo vrcholovom uzle c).

Riešenie:

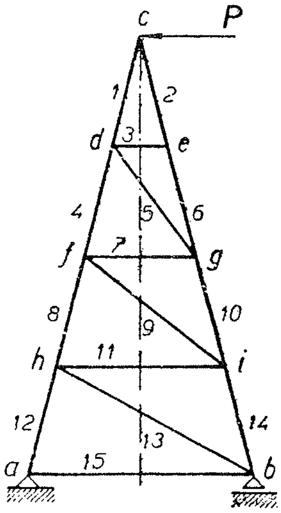
Vo vrcholovom uzle musí byť rovnováha medzi vonkajšou silou P a osovou silou prútov *1* a *2*. Vonkajšia sila P a osové sily prútov *1* a *2* musia vytvoriť uzavretý silový trojuholník, čím graficky zistíme ich veľkosť.

Počtársky určíme veľkosť osových síl S_1, S_2 z dvoch súčtových podmienok rovnováhy síl, napísaných pre sily pôsobiace v uzle c. Ak prejdeme do uzla e, musí byť rovnováha medzi osovými silami prútov *2*, *3* a *6*. Keďže smer prútov *2* a *6* sa stotožňuje, osová sila prúta *6* (S_6) sa musí rovnať osovej sile S_2 a osová sila v prúte *3* sa musí rovnať nule.

Prejdeme do uzla d, kde poznáme osovú silu prúta *1*, ako aj prúta *3* ($S_3 = 0$). Keďže S_4 pôsobí v smere S_1, musí sa aj $S_5 = 0$. Z rovnakých dôvodov sa aj osové sily prútov *7*, *9*, *11*, *13* rovnajú nule.

Vonkajšie zaťaženie P vyvolá teda sily iba v prútoch okrajových: *1*, *2*, *4*, *6*, *8*, *10*, *12*, *14* a *15*.

V pevnej podpere b pôsobí vodorovná zložka B_H reakcie B, ktorá sa čo do veľkosti rovná vodorovnej sile P.



Obr. 187

Príklad 190. Zostrojte ~~graficky (pomocou Cremonovho obrazca)~~ osové sily naznačenej priehradovej konštrukcie. Horný pás je zaťažený rovnakými bremenami $P_0 = \ldots = P_4 = 1{,}0$ Mp. Rozpätie $l = 4 \,.\, 2{,}0 = 8{,}0$ m, $v = 1{,}6$ m *(obr. 190)*.

Riešenie:

Konštrukcia aj zaťaženie je symetrické, preto reakcie sú rovnaké:

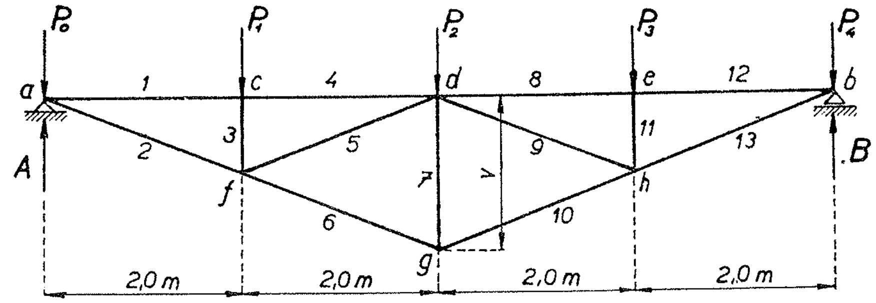
$$A = B = \frac{\Sigma P}{2} = \frac{5}{2} = 2{,}5 \text{ Mp}$$

Stačí, ak vyriešime osové sily polovice konštrukcie. Začneme v podperovom uzle a, kde zo známej reakcie A a sily P_0 určíme osovú silu prúta *1* a *2*:

$$S_1 = -3{,}85 \text{ Mp}; \qquad S_2 = 4{,}2 \text{ Mp}$$

Postúpime do uzla c, kde doplnením do štvoruholníka síl dostaneme:

$$S_3 = -P_1 - 1{,}0 \text{ Mp}; \qquad S_4 = S_1 = -3{,}85 \text{ Mp}$$



Obr. 190

V uzle f zo známych osových síl S_2 a S_3 zostrojíme $S_5 = 1{,}4$ Mp a $S_6 = 2{,}8$ Mp. V uzle g poznáme S_6 a doplnením do silového trojuholníka dostaneme:

$$S_7 = -2{,}0 \text{ Mp}; \qquad S_{10} = S_6 = 2{,}8 \text{ Mp}$$

Príklad 191. Zostrojte ~~graficky pomocou Cremonovho obrazca~~ osové sily naznačenej prútovej konštrukcie, na ktorú pôsobia tri rovnaké sústredené sily $P_1 = P_2 = P_3 = 2{,}0$ Mp $= P$ *(obr. 191)*.

Riešenie:

Najprv vypočítame reakcie

$$B \cdot 2{,}0 - 2{,}0 \cdot 4{,}0 - 2{,}0 \cdot 2{,}0 = 0$$

$$B = 6{,}0 \text{ Mp}$$

Vodorovná zložka ľavej reakcie

$$A_H = 2P = 4{,}0 \text{ Mp} \leftarrow$$

pôsobí vľavo.

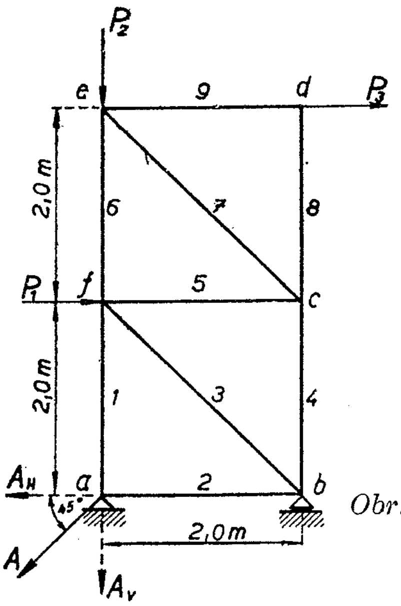
Zo súčtovej podmienky rovnováhy vo zvislom smere vyplýva:

$$A_V + B = P_2$$

$$A_V = P_2 - B = 2{,}0 - 6{,}0 = -4{,}0 \text{ Mp}$$

Ľavá reakcia A ide šikmo (pod uhlom 45°) a jej veľkosť

$$A = \sqrt{A_H^2 + A_V^2} = \sqrt{32} \doteq 5{,}66 \text{ Mp}$$



Obr. 191

$S_1 = 4$ Mp
$S_2 = 4$ Mp
$S_3 = -5{,}66$ Mp
$S_4 = -2$ Mp
$S_5 = 2$ Mp
$S_6 = 0$
$S_7 = -2{,}828$ Mp
$S_8 = 0$
$S_9 = 2$ Mp

Príklad 210. Spodný pás naznačenej prútovej konštrukcie je zostrojený podľa výslednicovej čiary k zaťaženiu $P_1 \dots P_3$. Zistite veľkosť osových síl. Nech vonkajšie zaťaženie $P_1 = P_3 = 1{,}5$ Mp, $P_2 = 4{,}0$ Mp *(obr. 210)*.

Riešenie: V uzle c vo zvislom smere platí:

$$P_1 + S_3 = 0; \qquad S_3 = -P_1 = -1{,}5 \text{ Mp}$$

Podobne v uzle e:

$$P_3 + S_{11} = 0; \qquad S_{11} = -P_3 = -1{,}5 \text{ Mp}$$

Vypočítajme veľkosť osových síl. Najprv určíme reakcie.

$$A = B = \frac{P_1 + P_2 + P_3}{2} = \frac{1{,}5 + 4{,}0 + 1{,}5}{2} = 3{,}5 \text{ Mp}$$

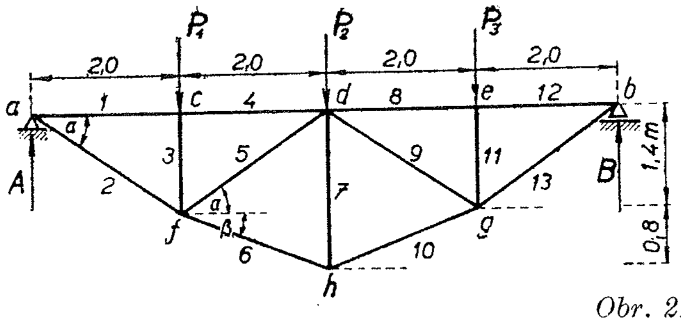
Naznačme si súčtové podmienky rovnováhy v uzle a:

$$A - S_2 \sin\alpha = 0;$$

$$\sin\alpha = \frac{1{,}4}{\sqrt{2{,}0^2 + 1{,}4^2}} = 0{,}57$$

$$S_2 = \frac{A}{\sin\alpha} = \frac{3{,}5}{0{,}57} = 6{,}14 \text{ Mp}$$

$$S_1 + S_2 \cos\alpha = 0$$



Obr. 210

$$S_1 = -S_2 \cos\alpha = -6{,}14 \frac{2{,}0}{\sqrt{2{,}0^2 + 1{,}4^2}} = -6{,}14 \,.\, 0{,}816 \doteq -5{,}0 \text{ Mp}$$

Zo súčtovej podmienky vo vodorovnom smere v uzle c vyplýva veľkosť osovej sily S_4:

$$-S_1 + S_4 = 0; \qquad S_4 = S_1 = -5{,}0 \text{ Mp} = S_8 = S_{12}$$

Vo zvislom smere v uzle c:

$$P_1 + S_3 = 0; \qquad S_3 = -P_1 = -1{,}5 \text{ Mp}$$

Súčtové podmienky rovnováhy v uzle f dajú veľkosť síl S_5 a S_6:

$$-S_2 \cos\alpha + S_5 \cos\alpha + S_6 \cos\beta = 0 \qquad \text{(I)}$$

$$\cos\beta = \frac{2{,}0}{\sqrt{2{,}0^2 + 0{,}8^2}} = 0{,}93$$

$$S_2 \sin\alpha + S_3 + S_5 \sin\alpha - S_6 \sin\beta = 0 \qquad \text{(II)}$$

$$\sin\beta = \frac{0{,}8}{2{,}15} = 0{,}372$$

~~Z grafického riešenia nám~~ vychádza: $S_5 = S_9 = 0$. Ak dosadíme za S_5 nulu do rovnice (I):

$$S_2 \cos\alpha = S_6 \cos\beta; \qquad S_6 = \frac{S_2 \cos\alpha}{\cos\beta} = \frac{6{,}14 \,.\, 0{,}816}{0{,}93} = 5{,}4 \text{ Mp}$$

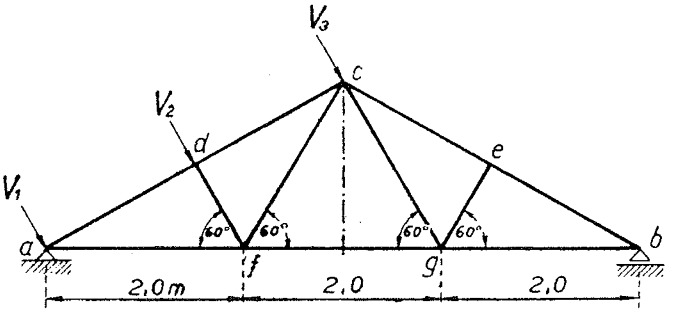
Zistíme správnosť rovnice (II):

$$6{,}14 \,.\, 0{,}57 - 1{,}5 = 5{,}4 \,.\, 0{,}372, \quad \text{teda} \quad 2{,}0 = 2{,}0$$

Osové sily S_5 a S_9 sú skutočne nulové. $\qquad S_7 = -P_2 = -4{,}0$ Mp

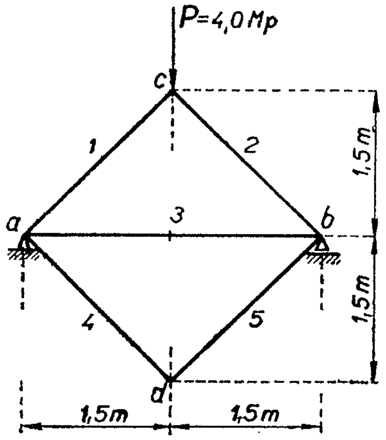
$S_2 = S_{13} = 6{,}1$ Mp, $S_6 = S_{10} = 5{,}4$ Mp.

Príklad 225. Zostrojte ~~graficky~~ veľkosť reakcií naznačenej priehradovej konštrukcie *(obr. 225)*. Zaťaženie nech pôsobí zľava — kolmo na sklon strešnej konštrukcie; $V_1 = V_3 = 0{,}9$ Mp, $V_2 = 2V_1$, $l = 6{,}0$ m.
[Reakcia $A = 2{,}73$ Mp, $B = 1{,}04$ Mp.]



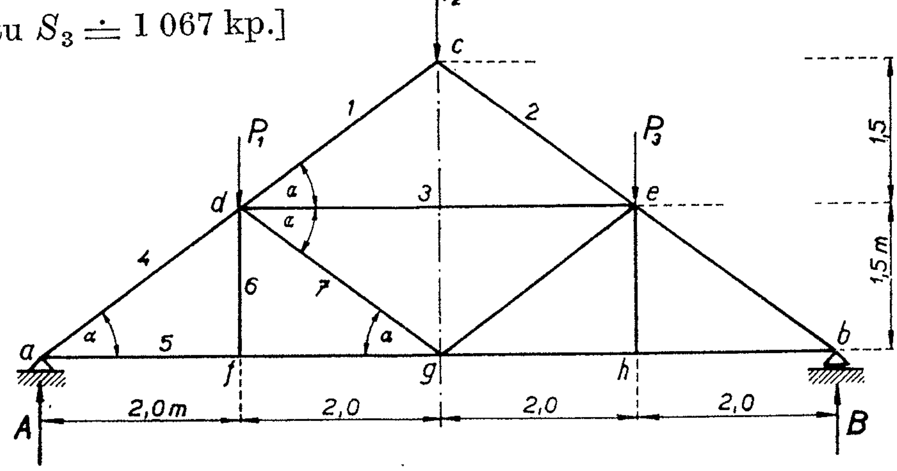
Obr. 225

Príklad 226. Určte ~~graficky aj~~ počtársky veľkosť osových síl naznačenej prútovej konštrukcie, ktorá má tvar štvorca s vodorovnou uhlopriečkou dĺžky 3,0 m, od zvislého zaťaženia $P = 4{,}0$ Mp *(obr. 226)*.
[Veľkosť osových síl $S_1 = S_2 = -2{,}828$ Mp; $S_3 = 2{,}0$ Mp, $S_4 = S_5 = 0$.]



Obr. 226

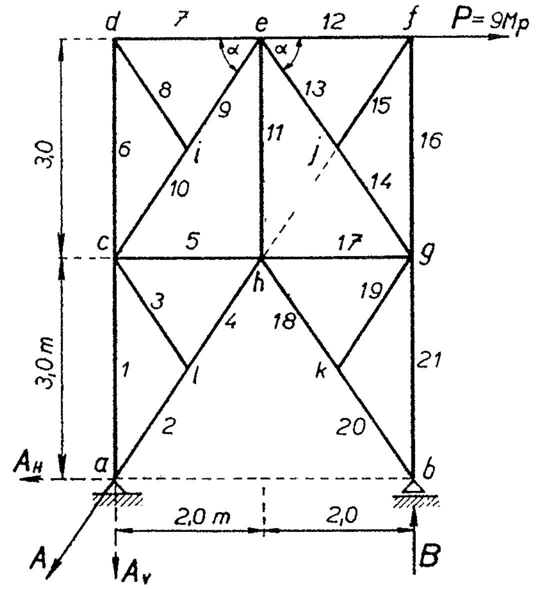
Príklad 227. Vypočítajte osovú silu v prúte *3* naznačenej prútovej konštrukcie od zvislého zaťaženia. Nech $l = 4 \cdot 2{,}0 = 8{,}0$ m, $P_1 = P_2 = P_3 = 800$ kp *(obr. 227)*.
[Osová sila v prúte *3* má hodnotu $S_3 \doteq 1\,067$ kp.]



Obr. 227

Príklad 228. Vypočítajte osové sily naznačenej prútovej konštrukcie. Nech sila $P = 9\,000$ kp pôsobí vodorovne *(obr. 228)*.

[Reakcie $A = 16{,}22$ Mp, $B = 13{,}5$ Mp
Osové sily $S_2 = S_4 = A = 16{,}22$ Mp, $S_{11} = 13{,}5$ Mp, $S_{12} = P = 9{,}0$ Mp
$S_{13} = S_{14} = -16{,}22$ Mp, $S_{17} = A_H = 9{,}0$ Mp, $S_{21} = -13{,}5$ Mp

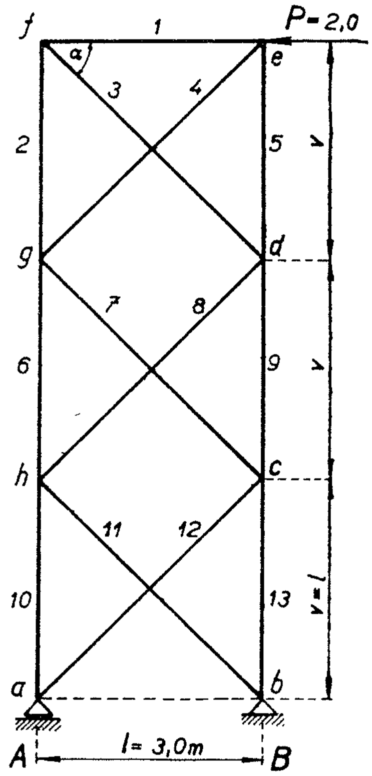


Obr. 228

V ostatných prútoch sú nulové osové sily.]

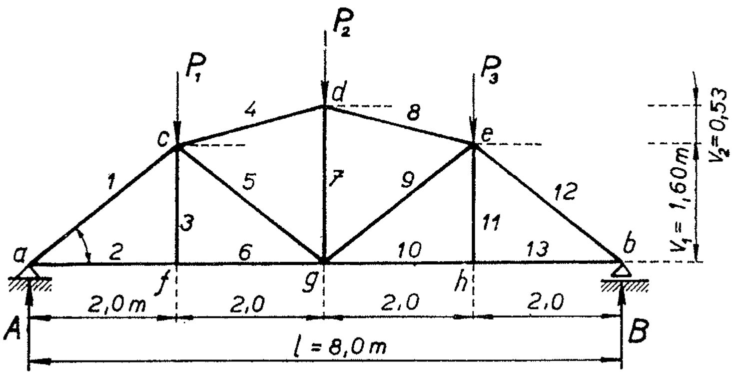
Príklad 229. Zistite veľkosť osovej sily horného vodorovného prúta *1*. Nech $l = 3{,}0$ m, $v = l$, $P = 2{,}0$ Mp *(obr. 229)*.

[Reakcie $A = 6{,}0$ Mp $= -B$
Osové sily $S_1 = -P = -2{,}0$ Mp,
$S_2 = -2{,}0$ Mp, $S_3 = 2{,}80$ Mp.
$S_4 = S_5 = S_7 = S_{12} = 0$,
$S_{10} = -A = -6{,}0$ Mp atď.]



Obr. 229

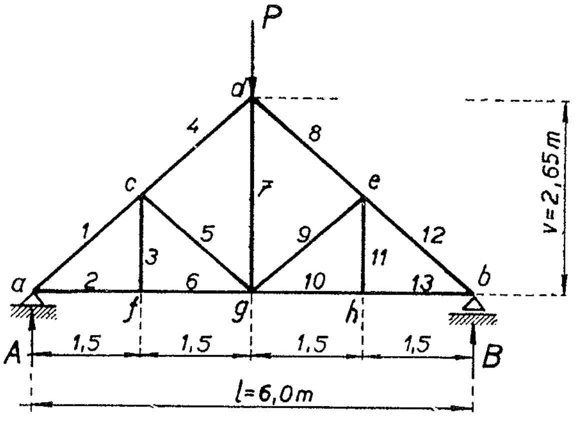
Príklad 230. Určte veľkosť osových síl *(obr. 230)*, ak sila $P_1 = P_2 = P_3 = 3{,}0$ Mp, rozpätie $l = 4\,.\,2{,}0 = 8{,}0$ m, $v_1 = 1{,}6$ m, $v_2 = 0{,}53$ m (pásové prúty sú zostrojené podľa výslednicovej čiary k vonkajšiemu zaťaženiu).



Obr. 230

[Osové sily majú hodnotu:
$S_1 = S_{12} = -7{,}2$ Mp;
$S_4 = S_8 = -5{,}8$ Mp
$S_2 = S_6 = S_{10} = S_{13} = 5{,}6$ Mp;
$S_3 = S_5 = S_7 = S_9 = S_{11} = 0$.]

Príklad 231. Zistite veľkosť osových síl prútovej konštrukcie *(obr. 231)*. Nech $l = 6{,}0$ m, $v = 2{,}65$ m, zaťaženie $P = 2{,}0$ Mp (pásové prúty sú zostrojené podľa výslednicovej čiary k vonkajšiemu zaťaženiu).



Obr. 231

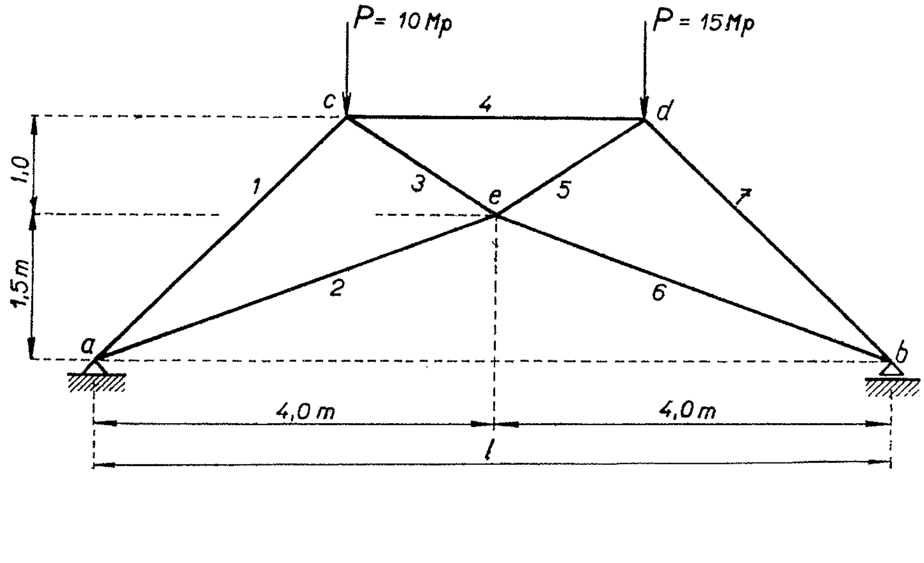
[Osové sily $S_1 = -1{,}5$ Mp $= S_4 = S_8 = S_{12}$

$S_2 = 1{,}125$ Mp $= S_6 = S_{10} = S_{13}$; $S_3 = S_5 = S_7 = S_9 = 0$.]

Príklad 232. Zostrojte ~~graficky~~ osové sily naznačenej prútovej konštrukcie. Nech $l = 8{,}0$ m, $P_1 = 10{,}0$ Mp, $P_2 = 15{,}0$ Mp *(obr. 232)*.

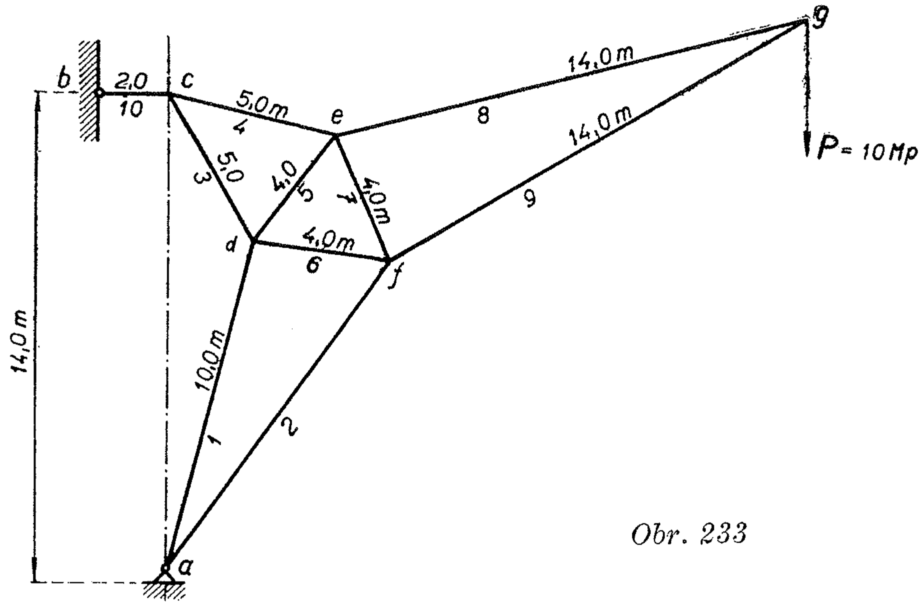
Číslo prúta	Hodnota osovej sily [Mp]	Číslo prúta	Hodnota osovej sily [Mp]
1	$-26{,}4$	*5*	$+11{,}9$
2	$+20{,}0$	*6*	$+23{,}0$
3	$+15{,}5$	*7*	$-30{,}5$
4	$-31{,}5$		

$A = 11{,}56$ Mp; $B = 13{,}44$ Mp



Obr. 232

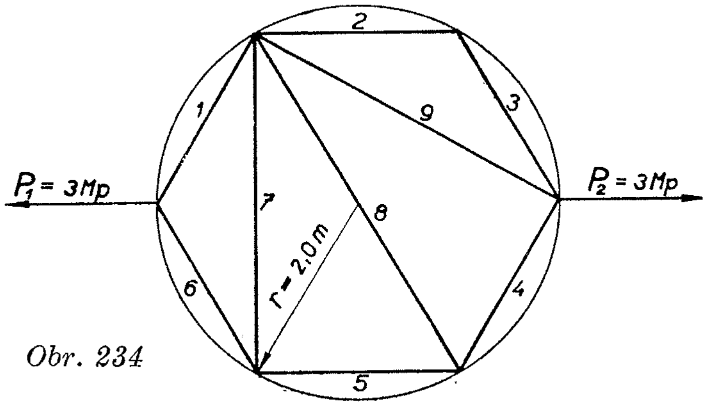
Príklad 233. Zistite ~~graficky~~ osové sily naznačenej žeriavovej konštrukcie *(obr. 233)*.



Obr. 233

Číslo prúta	Hodnota osovej sily [Mp]	Číslo prúta	Hodnota osovej sily [Mp]
1	+14,1	*6*	−11,3
2	−28,8	*7*	− 5,0
3	− 4,3	*8*	+30,7
4	+15,9	*9*	−34,5
5	+20,2	*10*	+13,2

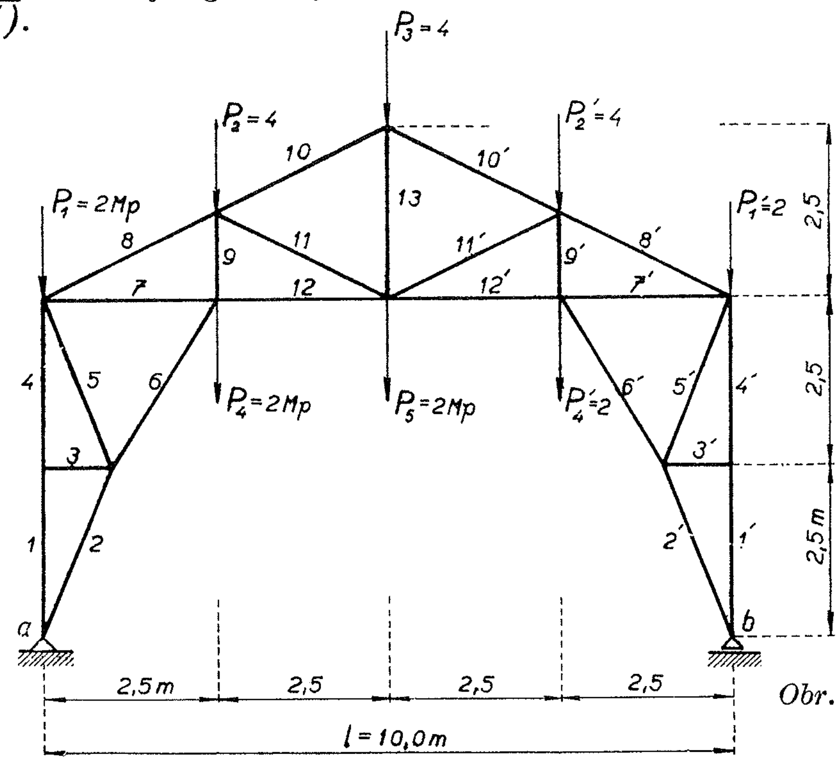
Príklad 234. Nájdite ~~graficky~~ osové sily naznačenej prútovej konštrukcie *(obr. 234)*. Nech uzly sú na kružnici s polomerom $r = 2{,}0$ m, sila $P_1 = P_2 = 3{,}0$ Mp.



Obr. 234

Číslo prúta	Hodnota osovej sily [Mp]
1	+3,0
2	—
3	—
4	+1,5
5	+1,5
6	+3,0
7	−2,6
8	−1,5
9	+2,6
—	—

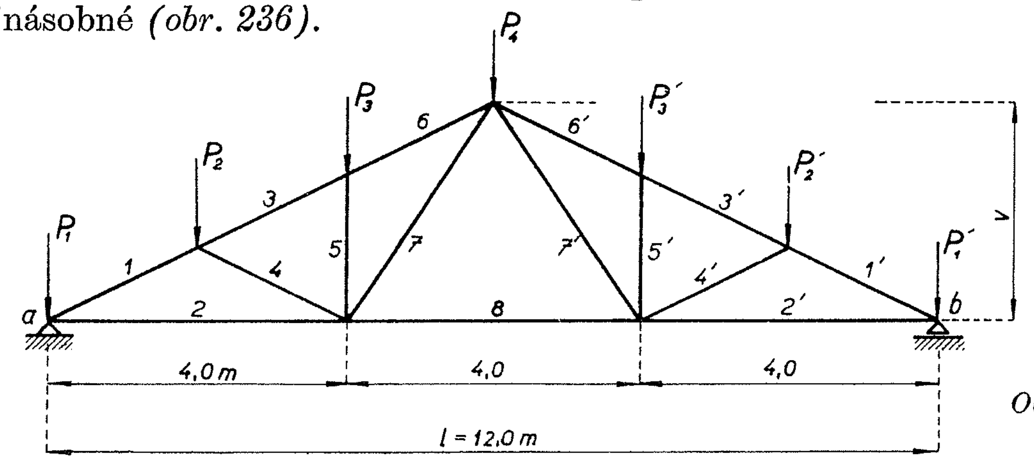
Príklad 235. Zostrojte ~~graficky~~ osové sily naznačenej priehradovej konštrukcie *(obr. 235).*



Obr. 235

Číslo prúta	Hodnota osovej sily [Mp]	Číslo prúta	Hodnota osovej sily [Mp]
1, 1′	−11,0	8, 8′	−19,9
2, 2′	—	9, 9′	+ 2,0
3, 3′	—	10, 10′	−13,1
4, 4′	−11,0	11, 11′	− 6,7
5, 5′	—	12, 12′	+17,7
6, 6′	—	13	+ 8,0
7, 7′	+17,7	—	—

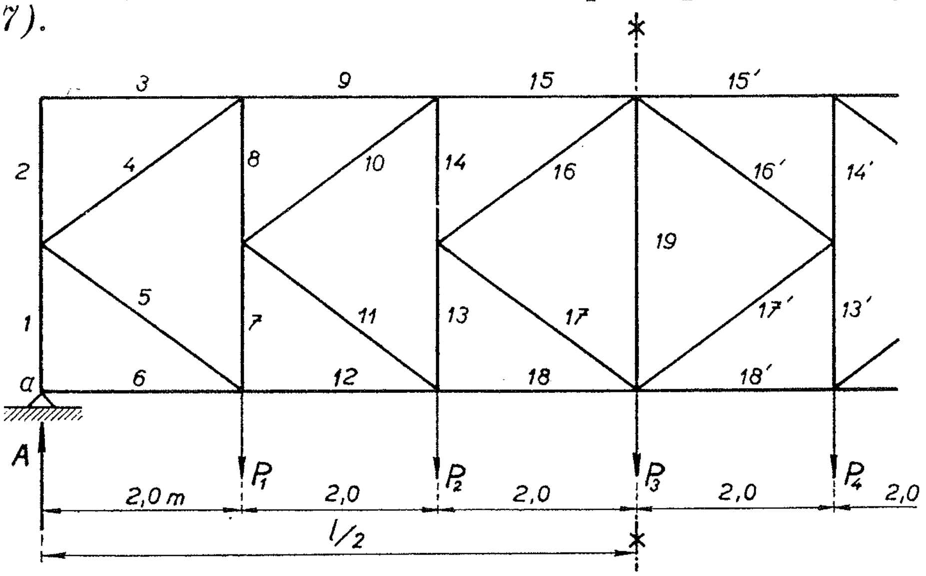
Príklad 236. Zistite ~~graficky~~ osové sily naznačenej strešnej konštrukcie. Nech $l = 3 \,.\, 4{,}0 = 12{,}0$ m, $v = 3{,}0$ m, $P_1 = P_1' = 1{,}0$ Mp; ostatné sily sú dvojnásobné *(obr. 236).*



Obr. 236

Číslo prúta	Hodnota osovej sily [Mp]	Číslo prúta	Hodnota osovej sily [Mp]
1, 1′	−10,1	5, 5′	−2,0
2, 2′	+ 9,9	6, 6′	−8,9
3, 3′	− 8,9	7, 7′	+3,7
4, 4′	− 2,2	8	+5,9

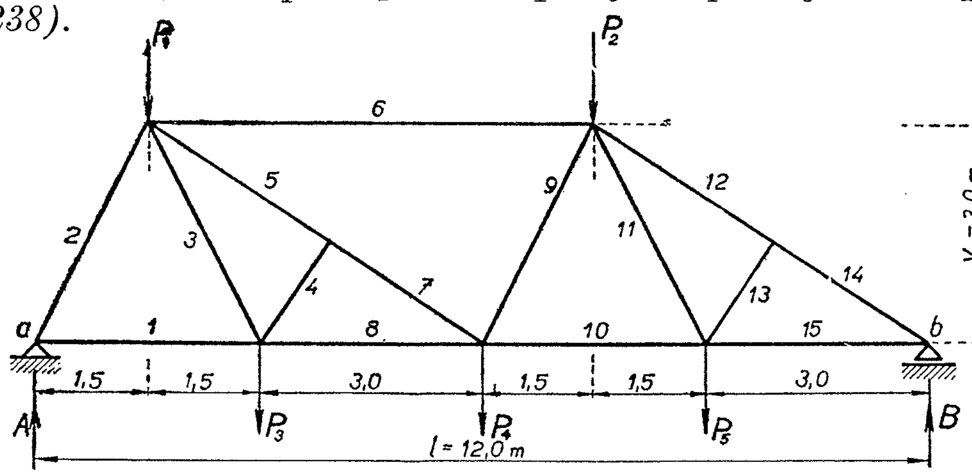
Príklad 237. Nájdite ~~graficky~~ osové sily naznačeného priehradového nosníka. Nech $l = 6 \,.\, 2{,}0 = 12{,}0$ m, $v = 3{,}0$ m, $P_1 = P_2 = \ldots = P_5 = 10{,}0$ Mp (*obr. 237*).



Obr. 237

Číslo prúta	Hodnota osovej sily [Mp]	Číslo prúta	Hodnota osovej sily [Mp]
1, 1′	−25,0	*11, 11′*	+12,3
2, 2′	—	*12, 12′*	+16,5
3, 3′	—	*13, 13′*	+ 2,7
4, 4′	−20,8	*14, 14′*	+ 7,7
5, 5′	+20,8	*15, 15′*	−26,4
6, 6′	—	*16, 16′*	− 4,0
7, 7′	− 2,4	*17, 17′*	+ 4,0
8, 8′	+12,6	*18, 18′*	+26,4
9, 9′	−16,5	*19*	+ 5,2
10, 10′	−12,3	—	—

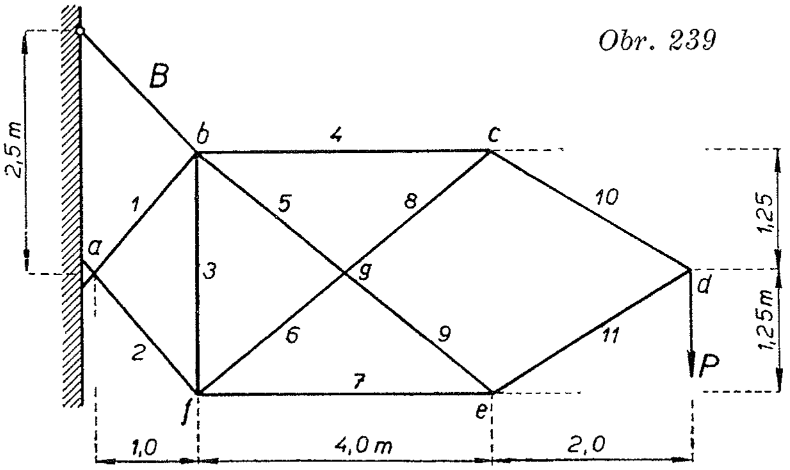
Príklad 238. Zostrojte osové sily naznačenej strešnej konštrukcie. Nech $l = 4 \,.\, 3{,}0 = 12{,}0$ m, $P_1 = P_2 = 2{,}0$ Mp, $P_3 = P_4 = P_5 = 3{,}0$ Mp, $v = 3{,}0$ m (*obr. 238*).



Obr. 238

Číslo prúta	Hodnota osovej sily [Mp]	Číslo prúta	Hodnota osovej sily [Mp]
1	+3,40	*9*	+ 1,20
2	−7,80	*10*	+ 7,40
3	+3,30	*11*	+ 3,40
4	—	*12*	−10,80
5	+3,70	*13*	—
6	−7,90	*14*	−10,80
7	+3,70	*15*	+ 8,90
8	+4,90	—	—

Príklad 239. Určte ~~graficky~~ osové sily naznačenej prútovej konštrukcie, zaťaženej silou $P = 3{,}0$ Mp *(obr. 239)*.

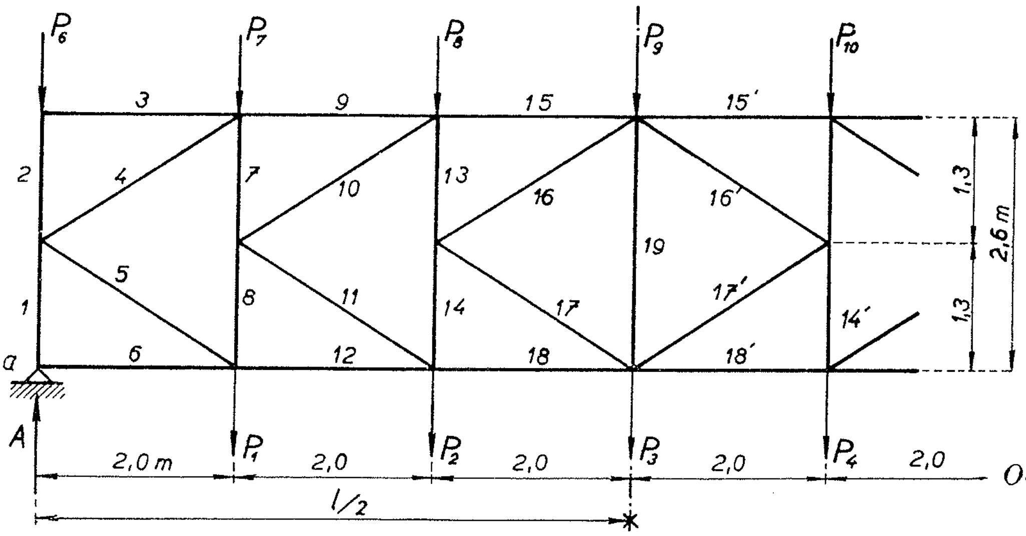


Obr. 239

Číslo prúta	Hodnota osovej sily [Mp]
1	−2,6
2	−9,6
3	+8,9
4	+4,25
5	+2,35
6	−2,35
7	− 4,25
8	− 2,4
9	+ 2,4
10	+ 2,85
11	− 2,85
B	+11,4

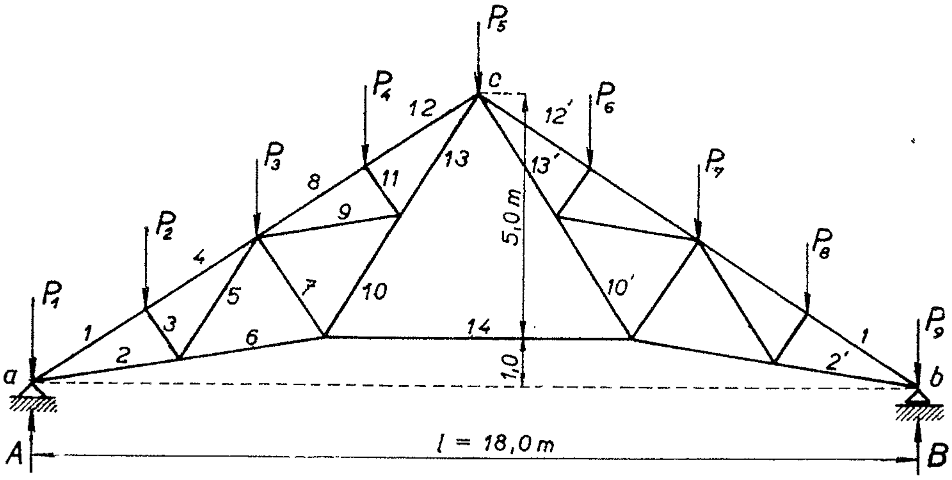
Príklad 240. Zostrojte ~~graficky~~ osové sily priehradového nosníka. Nech $l = 6 \,.\, 2{,}0 = 12{,}0$ m, $P_1 = P_2 = \ldots = P_5 = 2{,}0$ Mp, $P_6 = P_{12} = 3{,}0$ Mp, $P_7 = P_8 = \ldots = P_{11} = 5{,}0$ Mp *(obr. 240)*.

Číslo prúta	Hodnota osovej sily [Mp]	Číslo prúta	Hodnota osovej sily [Mp]
1, 1′	−20,5	*11, 11′*	+ 9,7
2, 2′	− 3,0	*12, 12′*	+13,4
3, 3′	—	*13, 13′*	+ 0,4
4, 4′	−16,0	*14, 14′*	− 3,1
5, 5′	+16,0	*15, 15′*	−21,6
6, 6′	—	*16, 16′*	− 3,2
7, 7′	+ 3,8	*17, 17′*	+ 3,2
8, 8′	− 6,7	*18, 18′*	+21,6
9, 9′	−13,4	*19*	− 1,5
10, 10′	− 9,7		



Obr. 240

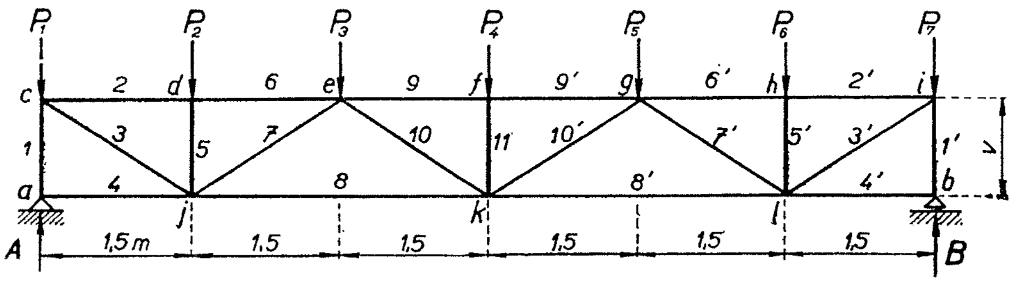
Príklad 241. Zistite ~~graficky~~ osové sily naznačenej strešnej konštrukcie. Nech $l = 18{,}0$ m. Prúty *3, 7, 11* idú štvrtinami vzdialenosti $\overline{ac}$ kolmo na sklon strechy. Sústava je symetrická, zaťažená silami $P_1 = P_9 = 1{,}0$ Mp, $P_2 = P_3 = \ldots = P_8 = 2{,}0$ Mp *(obr. 241)*.



Obr. 241

Číslo prúta	Hodnota osovej sily [Mp]	Číslo prúta	Hodnota osovej sily [Mp]
1, 1'	− 18,6	*8, 8'*	−14,25
2, 2'	+ 14,0	*9, 9'*	+ 1,95
3, 3'	− 1,65	*10, 10'*	+ 5,5
4, 4'	− 15,5	*11, 11'*	− 1,65
5, 5'	+ 1,95	*12, 12'*	−13,2
6, 6'	+ 12,0	*13, 13'*	+ 7,4
7, 7'	− 3,3	*14*	+ 7,2

Príklad 242. Zistite osové sily naznačenej priehradovej konštrukcie *(obr. 242)*. Zaťažený je horný pás, $P_1 = P_7 = \frac{P_2}{2}$, $P_2 = \ldots = P_6 = 0{,}4$ Mp. Rozpätie $l = 6 \cdot 1{,}5 = 9{,}0$ m, $v = 1{,}0$ m (pomocou ohybových momentov a priečnych síl určených v uzloch konštrukcie).



Obr. 242

Číslo prúta	Hodnota osovej sily [Mp]	Číslo prúta	Hodnota osovej sily [Mp]
1, 1'	−12,0	*7, 7'*	−10,8
2, 2'	−15,0	*8, 8'*	+24,0
3, 3'	+18,0	*9, 9'*	−27,0
4, 4'	—	*10, 10'*	+ 3,6
5, 5'	− 4,0	*11*	− 4,0
6, 6'	−15,0	—	—

Príklad 203. Zistite priesečnou metódou — ~~graficky aj~~ počtársky — osové sily prútov *1, 2, 3*. Nech $l = 4 \,.\, 2{,}2 = 8{,}8$ m, $v = 1{,}8$ m, $P_1 = P_5 = 1$ Mp, $P_2 = P_3 = P_4 = 2$ Mp *(obr. 203).*

Riešenie:

$$A = B = \frac{\Sigma P}{2} = 4{,}0 \text{ Mp}$$

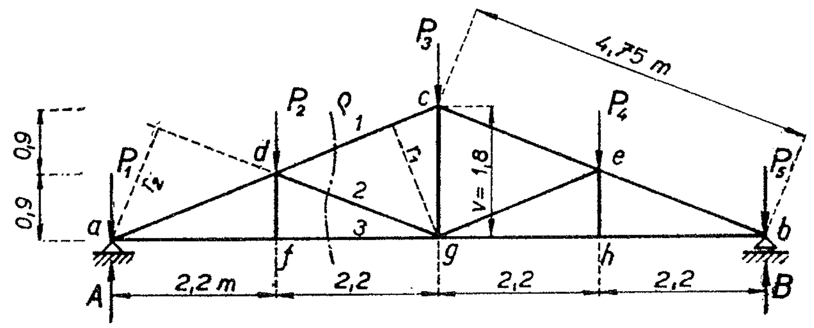
Počtársky úlohu vyriešime Ritterovým spôsobom *(obr. 203).* Vedieme zasa rez ϱ a ak chceme určiť osovú silu v prúte *3*, napíšeme momentovú podmienku rovnováhy k pridruženému momentovému stredu (je to uzol d, lebo je priesečníkom druhých dvoch rezom preťatých prútov *1, 2*):

$$(A - P_1) \,.\, 2{,}2 - S_3 \,.\, 0{,}9 = 0; \qquad S_3 = \frac{3{,}0 \,.\, 2{,}2}{0{,}9} = 7{,}33 \text{ Mp}$$

Osovú silu S_1 počítame z momentovej podmienky rovnováhy k priesečníku g prútov *2* a *3* (tým vypadne moment osových síl S_2, S_3 a v rovnici bude jediná neznáma osová sila S_1):

$$(A - P_1) \,.\, 4{,}4 - P_2 \,.\, 2{,}2 + S_1 r_1 = 0$$

$$S_1 = \frac{-3{,}0 \,.\, 4{,}4 + 2{,}0 \,.\, 2{,}2}{r_1} = -\frac{8{,}8}{r_1}$$



Obr. 203

Rameno r_1 vypočítame z úmery

$$r_1 : 4{,}4 = 1{,}8 : 4{,}75$$

z čoho

$$r_1 = \frac{4{,}4 \,.\, 1{,}8}{4{,}75} \doteq 1{,}67 \text{ m}$$

teda

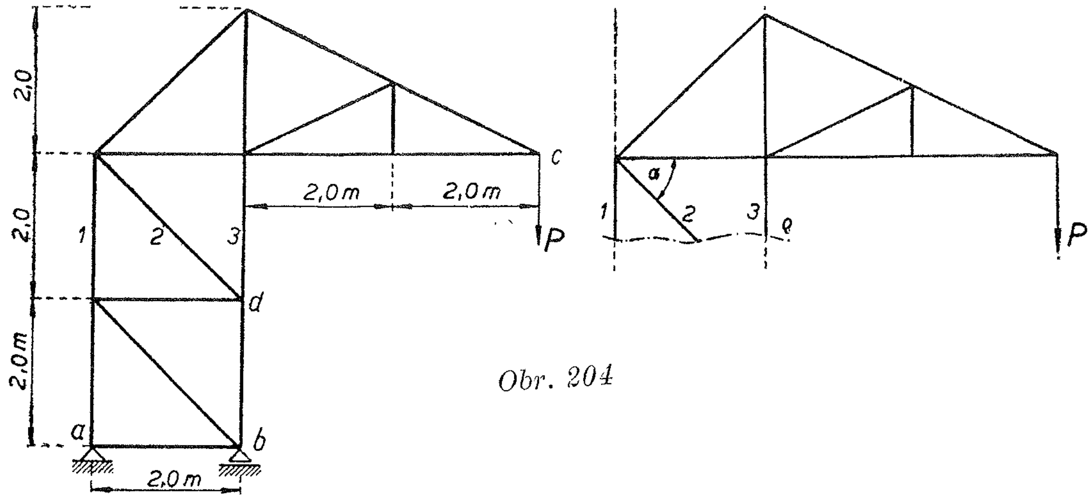
$$S_1 = -\frac{8{,}8}{1{,}67} = -5{,}27 \text{ Mp}$$

Osovú silu S_2 vypočítame z momentovej podmienky k pridruženému momentovému stredu prúta *2* (je to uzol a, lebo v ňom sa pretínajú osi prútov *1* a *3*):

$$S_2 r_2 + P_2 \,.\, 2{,}2 = 0; \qquad S_2 = -\frac{2{,}0 \,.\, 2{,}2}{1{,}67} = -2{,}63 \text{ Mp}$$

(Z *obr. 203* je jasné, že $r_2 = r_1$.)

Príklad 204. Určte ~~graficky a~~ počtársky osové sily v prútoch *1*, *2*, *3*, keď je konštrukcia zaťažená zvislým sústredeným bremenom $P = 2{,}5$ Mp *(obr. 204)*.



Obr. 204

Napíšeme momentovú podmienku rovnováhy k pridruženému momentovému stredu prúta *1* (teda k uzlu *d*):

$$P \,.\, 4{,}0 - S_1 \,.\, 2{,}0 = 0; \qquad S_1 = \frac{2{,}5 \,.\, 4{,}0}{2{,}0} = 5{,}0 \text{ Mp} = 2P \quad \text{(ťah)}$$

Zo súčtovej podmienky rovnováhy vo vodorovnom smere vyplýva:

$S_2 \cos \alpha = 0$, teda $S_2 = 0$ (keďže ostatné sily S_1, S_3 a P sú zvislé).

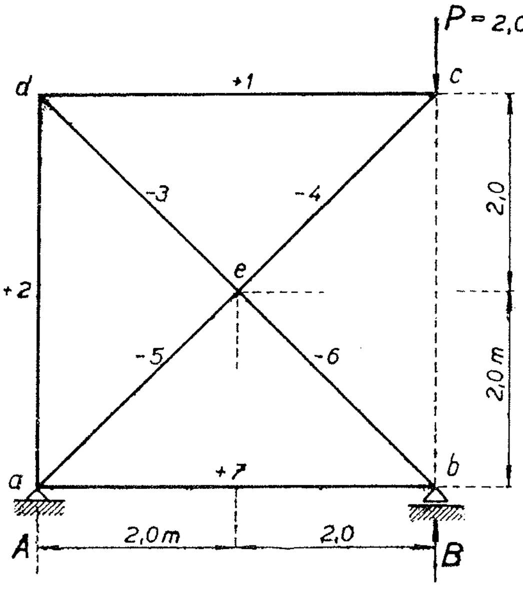
Zo súčtovej podmienky rovnováhy vo zvislom smere vypočítame S_3:

$$P + S_1 + S_3 = 0; \; S_3 = -P - S_1 = -P - 2P = -3P = -7{,}5 \text{ Mp (tlak)}$$

Príklad 197. Určte počtársky ~~aj graficky~~ osové sily prútovej konštrukcie. Jediné zvislé bremeno pôsobí nad podperou *b* a jeho veľkosť $P = 2\,000$ kp *(obr. 197)*.

Riešenie:

Z obrázku je jasné, že reakcia *A* je nulová, čo dokážeme aj z momentovej podmienky rovnováhy k bodu *b:*



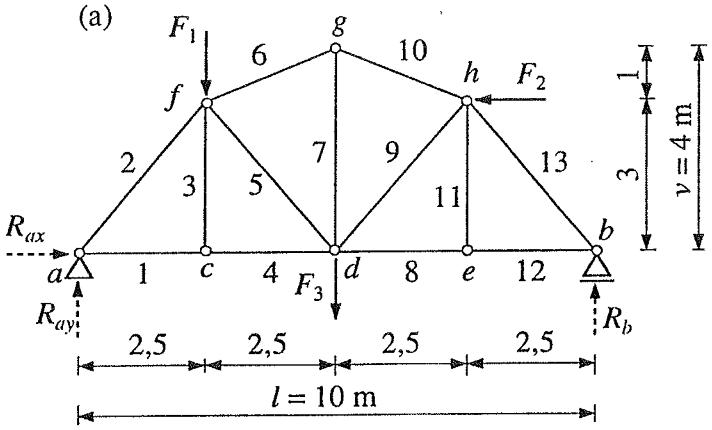
Obr. 197

$$A \,.\, 4{,}0 - P \,.\, 0 = 0$$
$$A = 0$$
$$B \,.\, 4{,}0 - 2{,}0 \,.\, 4{,}0 = 0$$
$$B = 2{,}0 \text{ Mp} = P$$

$$S_1 = P = 2\,000 \text{ kp}$$
$$S_2 = 2\,000 \text{ kp}$$
$$S_3 = -\sqrt{2P^2} = -P\sqrt{2} = -2\,828 \text{ kp}$$
$$= S_4 = S_5 = S_6$$
$$S_7 = P = 2\,000 \text{ kp}$$

Příklad 13.5

Průsečnou metodou v úpravě Ritterově stanovte osové síly N_4, N_5, N_6 vnitřních prutů 4, 5, 6 rovinné kloubové prutové soustavy na obr. 13.10a z příkladu 13.3 pro zatížení $F_1 = F_3 = 4$ kN, $F_2 = 3$ kN.

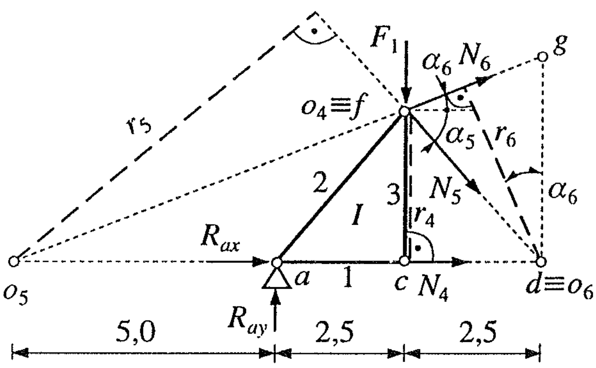


Obr. 13.10.

Řešení

Složky reakcí vnějších vazeb, vypočtené v příkladu 13.3, mají velikosti $R_{ax} = 3$ kN, $R_{ay} = 5{,}9$ kN, $R_b = 2{,}1$ kN.

Vyšetřovanou prutovou soustavou vedeme řez ξ–ξ, protínající tři pruty 4, 5, 6 nevycházející z jediného bodu (obr. 13.10a), a provedeme uvolnění levé části I soustavy (obr. 13.16). Z rovnováhy sil R_{ax}, R_{ay}, F_1, N_4, N_5, N_6, působících na uvolněnou část soustavy, stanovíme postupně velikosti neznámých osových sil N_4, N_5, N_6 z momentových podmínek rovnováhy k přidruženým momentovým středům $o_4 \equiv f$, $o_5\,(N_4 \times N_6)$, $o_6 \equiv d$.



Obr. 13.16. Uvolněná část prutové soustavy

Osová síla N_4:

$$\sum M_{io_4} = 0: \quad N_4 r_4 + R_{ax} r_4 - R_{ay} \cdot 2{,}5 = 0, \quad r_4 = 3\,\text{m},$$

$$N_4 = \frac{5{,}9 \cdot 2{,}5 - 3 \cdot 3}{3} = 1{,}917\,\text{kN (tah)}.$$

Osová síla N_5:

$$\sum M_{io_5} = 0: \; -N_5 r_5 + R_{ay} \cdot 5 - F_1 \cdot 7{,}5 = 0, \quad r_5 = 10 \cdot \sin\alpha_5 = 7{,}682\,\text{m},$$

$$N_5 = \frac{5{,}9 \cdot 5 - 4 \cdot 7{,}5}{7{,}682} = -0{,}065\,\text{kN (tlak)}.$$

Osová síla N_6:

$$\sum M_{io_6} = 0: \; -N_6 r_6 - R_{ay} \cdot 5 + F_1 \cdot 2{,}5 = 0, \quad r_6 = 4 \cdot \cos\alpha_6 = 3{,}713\,\text{m},$$

$$N_6 = \frac{-5{,}9 \cdot 5 + 4 \cdot 2{,}5}{3{,}713} = -5{,}251\,\text{kN (tlak)}.$$

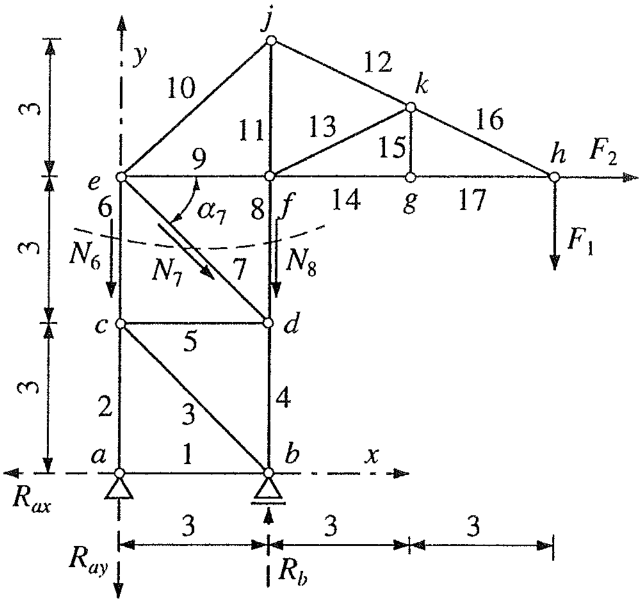
Příklad 13.6

Stanovte osové síly N_6, N_7, N_8 vnitřních prutů 6, 7, 8 rovinné kloubové prutové soustavy na obr. 13.17 pro zatížení $F_1 = 10$ kN, $F_2 = 1$ kN.

Řešení

Po rozdělení rovinné prutové soustavy na dvě části řezem ξ–ξ, protínajícím pruty 6, 7, 8 a uvolnění horní části soustavy, nemusíme složky reakcí vnějších vazeb R_{ax} , R_{ay} , R_b počítat.

Neznámé osové síly N_6, N_7, N_8 prutů 6, 7, 8 plynou ze statických podmínek rovnováhy



Obr. 13.17. Prutová soustava k příkladu 13.6

$$\sum M_{id} = 0 : \quad N_6 \cdot 3 - F_1 \cdot 6 - F_2 \cdot 3 = 0,$$
$$N_6 = 21\,\text{kN (tah)}.$$
$$\sum F_{ix} = 0 : \quad N_7 \cos\alpha_7 + F_2 = 0,$$
$$N_7 = -1{,}414\,\text{kN (tlak)}.$$
$$\sum M_{ie} = 0 : \; -N_8 \cdot 3 - F_1 \cdot 9 = 0,$$
$$N_8 = -30\,\text{kN (tlak)}.$$

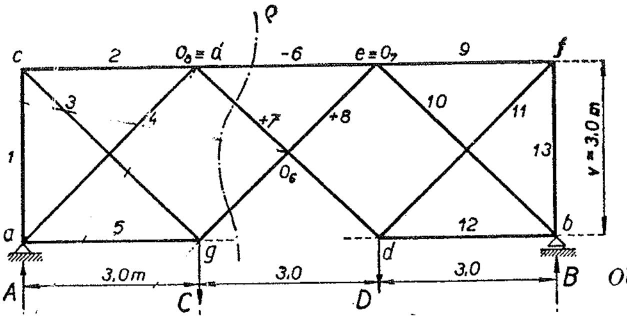
Kontrola:

$$\sum F_{iy} = 0 \; : \; -N_6 - N_7 \sin\alpha_7 - N_8 - F_1 = 0 .$$

Príklad 213. Zistite ~~graficky aj~~ počtársky osové sily prútov *6, 7, 8*. Nech rozpätie $l = 3 \,.\, 3{,}0 = 9{,}0$ m, $v = 3{,}0$ m. Spodný pás je zaťažený bremenami $C = 1{,}0$ Mp, $D = 4{,}0$ Mp *(obr. 213)*.

Riešenie:

Osové sily v prútoch *6, 7, 8* najlepšie určíme priesečnou metódou, keď týmito prútmi vedieme rez ϱ (prúty preťaté rezom sa nesmú pretínať v jednom bode).



Obr. 213

Najprv sme sa mali presvedčiť, či naznačená konštrukcia je staticky aj tvarove určitá.

Počet prútov $\pi = 13$, styčníkov $\beta = 8$, posúvateľných podpier $\alpha_1 = 1$, pevných podpier $\alpha_2 = 1$. Dosadením do rovnice

$$2\beta = \pi + \alpha_1 + 2\alpha_2$$

dostaneme potrebný počet prútov:

$$\pi = 2\beta - \alpha_1 - 2\alpha_2$$
$$13 = 2 \,.\, 8 - 1 - 2 \,.\, 1$$
$$13 = 13$$

Osovú silu prúta *6* vypočítame z momentovej podmienky rovnováhy k pridruženému momentovému stredu O_6, ktorý je v priesečníku osí prútov *7* a *8*:

$$A \,.\, 4{,}5 - C \,.\, 1{,}5 + S_6 \frac{v}{2} = 0$$

Reakciu A vypočítame z rovnice

$$A \,.\, 9{,}0 - 1{,}0 \,.\, 6{,}0 - 4{,}0 \,.\, 3{,}0 = 0$$

$$A = \frac{6{,}0 + 12{,}0}{9{,}0} = \frac{18{,}0}{9{,}0} = 2{,}0 \text{ Mp}$$

Reakcia

$$B = C + D - A = 1{,}0 + 4{,}0 - 2{,}0 = 3{,}0 \text{ Mp}$$

Ak dosadíme do predošlej rovnice:

$$2{,}0 \,.\, 4{,}5 - 1{,}0 \,.\, 1{,}5 + S_6 \,.\, 1{,}5 = 0$$

$$S_6 = \frac{-9{,}0 + 1{,}5}{1{,}5} = -\frac{7{,}5}{1{,}5} = -5{,}0 \text{ Mp}$$

Osovú silu prúta *7* vypočítame z momentovej podmienky rovnováhy k pridruženému momentovému stredu O_7, ktorý ide priesečníkom osí prútov *6* a *8*, teda stotožňuje sa s uzlom e:

$$2{,}0 \,.\, 6{,}0 - 1{,}0 \,.\, 3{,}0 - S_7 \frac{s_8}{2} = 0$$

kde s_8 je dĺžka prúta *8*:

$$s_8 = \sqrt{3{,}0^2 + 3{,}0^2} = \sqrt{18{,}0} \doteq 4{,}24 \text{ m}$$

$$S_7 = \frac{12{,}0 - 3{,}0}{2{,}12} = \frac{9{,}0}{2{,}12} = 4{,}245 \text{ Mp}$$

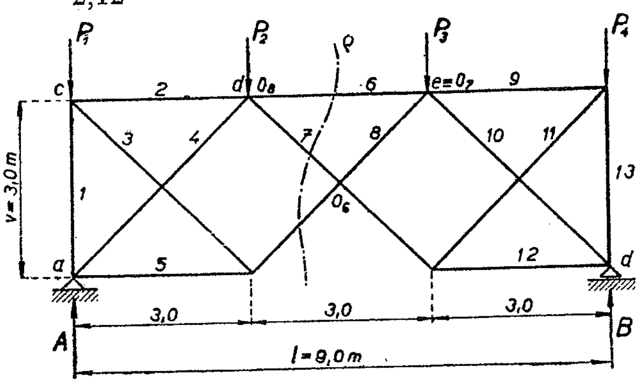
Rovnako osovú silu prúta *8* vypočítame z momentovej podmienky rovnováhy k pridruženému momentovému stredu O_8, ktorý je v priesečníku osí prútov *6* a *7*:

$$2{,}0 \,.\, 3{,}0 - S_8 \frac{s_7}{2} = 0$$

Keďže $s_7 = s_8 \doteq 4{,}24$ m,

$$S_8 = \frac{6{,}0}{2{,}12} = 2{,}83 \text{ Mp}$$

Príklad 243. Určte osové sily prútov *6, 7, 8*, ak je zaťažený horný pás naznačenej konštrukcie silami $P_1 = P_4 = 2{,}0$ Mp, $P_2 = P_3 = 4{,}0$ Mp. Nech $l = 3 \,.\, 3{,}0 = 9{,}0$ m, $v = 3{,}0$ m *(obr. 243)*.
[Osová sila $S_6 = -8{,}0$ Mp, $S_7 = 5{,}66$ Mp $= S_8$.]



Obr. 243

Príklad 198. Určte osové sily naznačených dvoch prútových konštrukcií od vodorovnej sily $P = 5{,}0$ Mp, keď sa obidve konštrukcie líšia iba v jednom prúte *(obr. 198)*.

Riešenie:

Obidve konštrukcie sa líšia iba v jedinom prúte 7.
Najprv vypočítame veľkosť reakcií:

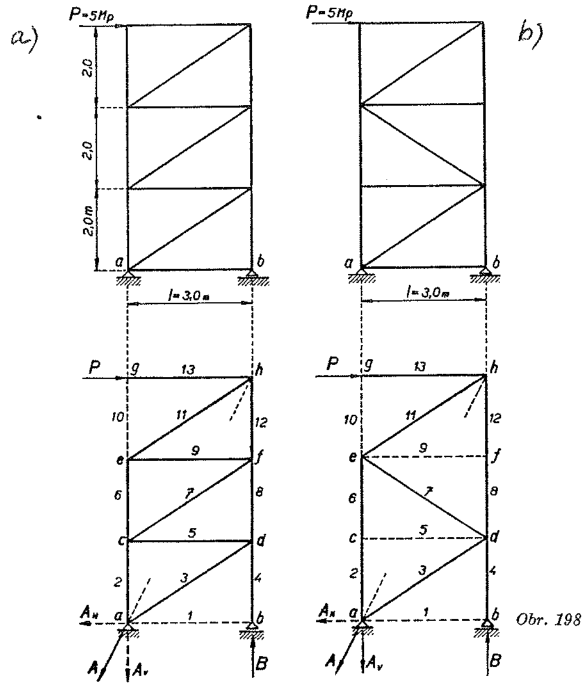
$$B \cdot 3{,}0 - P \cdot 6{,}0 = 0$$

$$B = \frac{5 \cdot 6{,}0}{3{,}0} = 10{,}0 \text{ Mp} = -A_V$$

Vodorovná zložka ľavej reakcie.

$$A_H = 5{,}0 \text{ Mp} \leftarrow$$

V obidvoch prípadoch sú reakcie rovnaké.



Obr. 198

V prípade *a* máme nulové osové sily iba v prútoch *1* a *10*, v prípade *b* okrem týchto aj v prútoch *5* a *9*. V prútoch *1* a *13*, ako aj v prútoch *2*, *3*, *4*, *11* a *12* sú osové sily v obidvoch sústavách rovnaké.

Veľkosť osovej sily:

$$S_{13} = -P = -5{,}0 \text{ Mp}$$

$$S_4 = -B = -10{,}0 \text{ Mp}$$

S_2 vypočítame z momentovej podmienky k uzlu d:

$$S_2 \cdot 3{,}0 + A_H \cdot 2{,}0 - A_V \cdot 3{,}0 = 0$$

$$S_2 = \frac{-5 \cdot 2{,}0 + 10 \cdot 3{,}0}{3{,}0} = 6{,}66 \text{ Mp}$$

S_3 vypočítame zo súčtovej podmienky rovnováhy v uzle a vo vodorovnom smere:

$$S_3 \cos\alpha - A_H = 0; \qquad S_3 = \frac{A_H}{\cos\alpha}$$

$$S_3 = \frac{5{,}0 \cdot 3{,}60}{3{,}0} = 6{,}0 \text{ Mp}$$

Podobne zistíme osové sily v prútoch *11* a *12*.

V konštrukcii *a* vypočítame z uzla *d* osové sily v prútoch *5* a *8*:

$$S_5 = S_3 \cos\alpha = 0; \qquad S_5 = -S_3 \cos\alpha = -6{,}0\,\frac{3{,}0}{3{,}6} = -5{,}0 \text{ Mp}$$

$$S_8 - S_4 - S_3 \sin\alpha = 0$$

$$S_8 = -10{,}0 + 6{,}0\,\frac{2{,}0}{3{,}6} = -6{,}67 \text{ Mp}$$

Osovú silu S_7 vypočítame z uzla c:

$$S_5 = S_7 \cos\alpha = 0; \qquad S_7 = -\frac{S_5}{\cos\alpha} = -\frac{-5{,}0 \cdot 3{,}6}{3{,}0} = +6{,}0 \text{ Mp}$$

V konštrukcii *b* nájdeme veľkosť osovej sily v prúte *7* z uzla *d*:

$$S_7 \cos\alpha + S_3 \cos\alpha = 0$$

$$S_7 = -S_3 = -6{,}0 \text{ Mp}$$

Podobne vypočítame sily v ostatných prútoch. Z vypočítaných osových síl môžeme zostaviť túto tabuľku:

Číslo prúta	Hodnota osovej sily [Mp]		Číslo prúta	Hodnota osovej sily [Mp]	
	v prípade *a*	v prípade *b*		v prípade *a*	v prípade *b*
1	—	—	*8*	−6,67	−3,33
2	+ 6,66	+ 6,66	*9*	−5,0	—
3	+ 6,0	+ 6,0	*10*	—	—
4	−10,0	−10,0	*11*	+6,0	+6,0
5	− 5,0	—	*12*	−3,33	−3,33
6	+ 3,33	+ 6,66	*13*	−5,0	−5,0
7	+ 6,0	− 6,0	—	—	—

Príklad 202. Na železničný vozeň je pripevnený otočný žeriav. Na jeho ramene vyloženom na $l = 4{,}0$ m pôsobí sústredené bremeno $P_{max} = 1{,}0$ Mp. Určte veľkosť protizávažia Q a jeho polohu z *obr. 202*.

Riešenie:

Predpokladáme, že 1. proti prevrhnutiu okolo koľajnice a (pri zdvíhaní bremien) bude aspoň 1,5-násobná bezpečnosť, 2. pri nezaťaženom žeriave ($P_{max} = 0$) bude aspoň 1,2-násobná bezpečnosť. Nech $G_1 = 600$ kp, $G_2 = 400$ kp, $G = 4\,000$ kp.

Ak výslednica všetkých síl pôsobiacich na žeriav bude pôsobiť medzi koľajnicami a a b, žeriav sa nemôže prevrhnúť.

Na hranici prevrhnutia výslednica všetkých síl prechádza koľajnicou a alebo b. Musíme sa poistiť oproti obidvom možnostiam prevrhnutia.

Sily nanesieme v ľubovoľnej mierke, napr.: 1 Mp = 1 cm, do zložkového obrazca.

Je jasné, že výslednica R_p celého zaťaženia (brali sme do úvahy pôsobenie sily $1{,}5P_{max}$, ako aj zaťaženia Q vo vzdialenosti z, a tieto hodnoty sme stanovili počtárskym spôsobom) musí ísť medzi koľajnicami a a b. Rovnako aj výslednica všetkého zaťaženia, ak nezdvíhame nijaké bremeno ($P_{max} = 0$)R_Q, musí prechádzať medzi koľajnicami. Ak zväčšíme zaťaženie Q na $1{,}2Q$, ani vtedy nesmie byť porušená rovnováha.

Aby sme vyhoveli prvej podmienke (oproti prevrhnutiu okolo koľajnice a musí byť 1,5-násobná bezpečnosť), musí byť splnená rovnica (píšeme momentovú podmienku rovnováhy ku koľajnici a, okolo ktorej by mohlo nastať prevrhnutie, ak by sme dvíhali bremeno väčšie než $1{,}5P_{max}$)

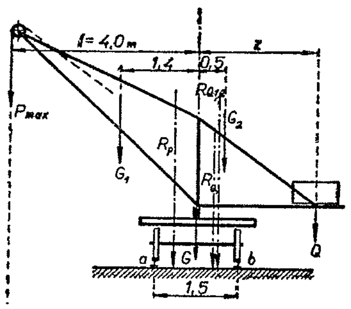
$$-1{,}5P_{max}(4{,}0 - 0{,}75) - 600(1{,}4 - 0{,}75) + 4\,000 \,.\, 0{,}75 + 400(0{,}5 + 0{,}75) + Q(z + 0{,}75) = 0$$

(Výslednica všetkých síl musí ísť koľajnicou a, ak sme na medzi prevrhnutia; moment výslednice ku koľajnici a sa teda rovná nule.)

$$Qz + 0{,}75Q = 1\,500 \,.\, 3{,}25 + 600 \,.\, 0{,}65 - 4\,000 \,.\, 0{,}75 - 400 \,.\, 1{,}25$$

$$Qz + 0{,}75Q = 4\,875 + 390 - 3\,000 - 500$$

$$Qz + 0{,}75Q = 1\,765 \qquad \text{(I)}$$



Obr. 202

Podľa druhej podmienky (pri nezaťaženom žeriave má byť aspoň 1,2-násobná bezpečnosť) treba vyhovieť rovnici

$$1{,}2Q(z - 0{,}75) - 400 \,.\, 0{,}25 - 4\,000 \,.\, 0{,}75 - 600(1{,}4 + 0{,}75) = 0$$

$$1{,}2Qz - 0{,}9Q = 100 + 3\,000 + 1\,290$$

$$1{,}2Qz - 0{,}9Q = 4\,390 \qquad \text{(II)}$$

Riešením rovnice (I) a (II) dostaneme hodnotu Q a z:

$$Qz + 0{,}75Q = 1\,765 \qquad (-1{,}2) \qquad \text{(I)}$$

$$1{,}2Qz - 0{,}9Q = 4\,390 \qquad \text{(II)}$$

$$-1{,}2Qz - 0{,}9Q = -2\,118$$

$$1{,}2Qz - 0{,}9Q = 4\,390$$

$$-1{,}8\;Q = 2\,272; \qquad Q = -\frac{2\,272}{1{,}8} \doteq -1\,262 \text{ kp}$$

Dosadením do rovnice (I) dostaneme:

$$-1\,262z + 0{,}75(-1\,262) = 1\,765$$

$$1\,262z = -947 - 1\,765; \qquad 1\,262z = -2\,712$$

$$z = -\frac{2\,712}{1\,262} \doteq -2{,}15 \text{ m}$$

Znamienko — pri Q a z značí, že sú na opačnej strane osi symetrie vozňa ako zaťaženie P_{max}.