

Príklad 115. Naznačený lomený nosník je zaťažený vodorovným sústredným bremenom $P_1 = 600$ kp a zvislým bremenom $P_2 = 700$ kp. Určte obrazec momentový, priečných a osových síl (obr. 115).

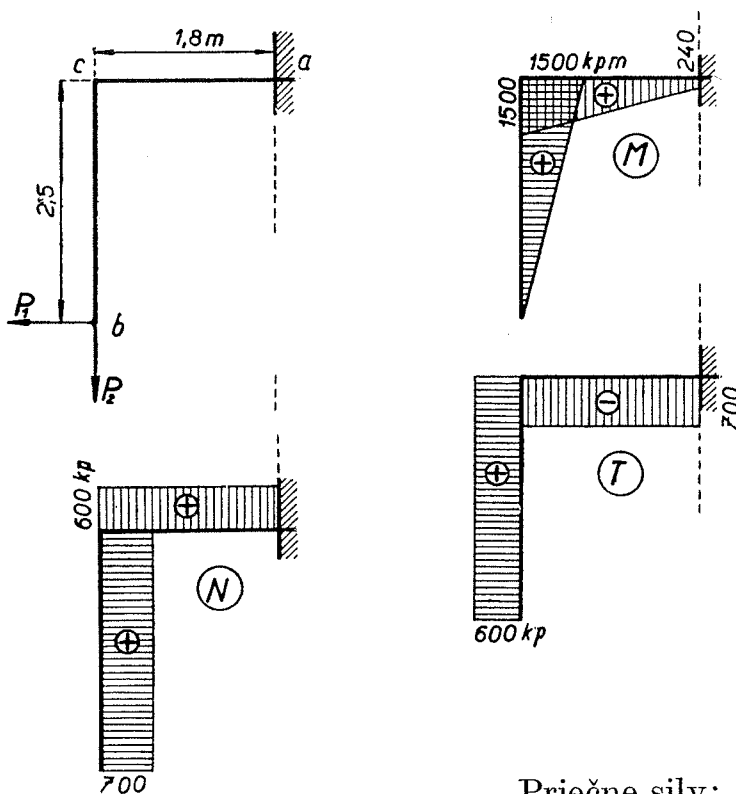
Riešenie:

Na voľnom konci nosníka b je ohybový moment nulový. V uzle c je ohybový moment

$$M_c = P_1 \cdot 2,5 = 600 \cdot 2,5 = 1\,500 \text{ kpm}$$

Vo votknutí:

$$M_a = P_1 \cdot 2,5 - P_2 \cdot 1,8 = 600 \cdot 2,5 - 700 \cdot 1,8 = 240 \text{ kpm}$$



Obr. 115

Priečne sily:

Na zvislici rámu:

$$T_{b-c} = +P_1 = +600 \text{ kp}$$

Na vodorovnej hrade:

$$T_{c-a} = -P_2 = -700 \text{ kp}$$

Osové sily:

Na zvislici rámu: $N_{b-c} = +P_2 = +700 \text{ kp}$

Na vodorovnej hrade: $N_{c-a} = +600 \text{ kp}$

V našom prípade sú teda osové sily aj ohybové momenty vo všetkých prierezoch lomeného nosníka kladné.

Príklad 116. Zistite momentový obrazec a obrazec priečných a osových síl lomeného nosníka, zataženého v koncovovom bode d zvislým sústredeným bremenom $P_1 = 400$ kp a vodorovným bremenom $P_2 = 600$ kp (obr. 116).

Riešenie:

Ohybové momenty:

$$M_a = 0$$

$$M_c = -P_1 \cdot 1,0 = -400 \cdot 1,0 = -400 \text{ kpm}$$

$$M_b = -P_1 \cdot 1,0 + P_2 \cdot 1,5 = -400 + 600 \cdot 1,5 = 500 \text{ kpm}$$

$$M_a = -P_1 \cdot 3,0 + P_2 \cdot 1,5 = -400 \cdot 3,0 + 600 \cdot 1,5 = -300 \text{ kpm}$$

Priečne sily:

Sú vo všetkých prierezoch nosníka.

V časti \overline{cd} : $T_{c-d} = +P_1 = +400$ kp

V časti \overline{ab} : $T_{a-b} = +P_1 = +400$ kp

V časti \overline{bc} : $T_{b-c} = -P_2 = -600$ kp

Osové sily:

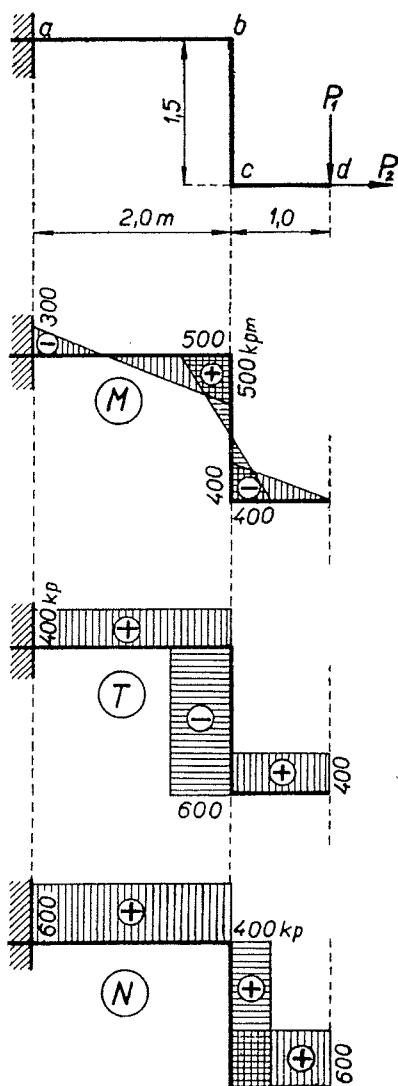
Vyskytujú sa tiež vo všetkých

prierezoch lomeného nosníka.

V časti \overline{cd} : $N_{c-d} = +P_2 = +600$ kp

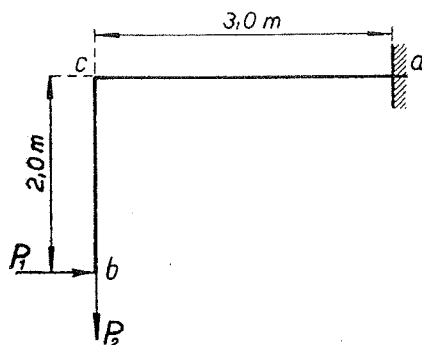
V časti \overline{bc} : $N_{b-c} = +P_1 = +400$ kp

V časti \overline{ab} : $N_{a-b} = +P_2 = +600$ kp



Obr. 116

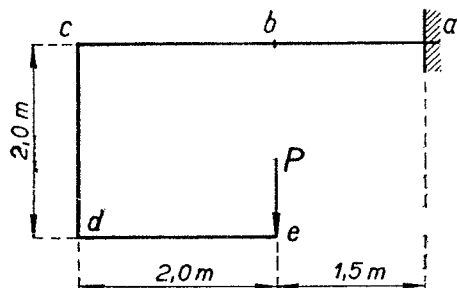
Príklad 156. Určte obrazec M , T , N naznačeného lomeného nosníka, ktorý je zaťažný vodorovným bremenom $P_1 = 900$ kp a zvislým bremenom $P_2 = 300$ kp (obr. 156).



Obr. 156

[Ohybové momenty $M_b = 0$, $M_c = -1\,800$ kpm, $M_a = -2\,700$ kpm. Priechne sily $T_{b-c} = -900$ kp, $T_{c-a} = -300$ kp. Osové sily $N_{b-c} = 300$ kp, $N_{c-a} = -900$ kp.]

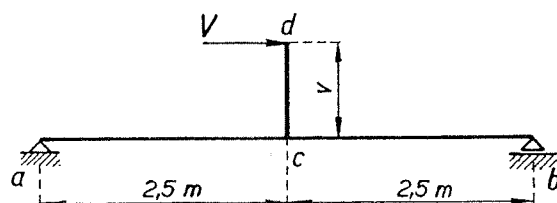
Príklad 157. Naznačte obrazec M , T , N naznačeného lomeného nosníka, zaťažného zvislou silou $P = 300$ kp, pôsobiacou v koncovom bode e nosníka (obr. 157).



Obr. 157

[Ohybové momenty $M_e = 0$, $M_d = 600$ kpm = M_c , $M_b = 0$, $M_a = -450$ kpm. Priechne sily $T_{e-d} = 300$ kp, $T_{c-a} = -300$ kp. Osové sily $N_{d-c} = 300$ kp.]

Príklad 159. Určte momentový obrazec a obrazec priečných a osových síl od vodorovného zaťaženia $V = 1\,000$ kp, $l = 5,0$ m, $v = 1,0$ m (obr. 159).



Obr. 159

[Reakcie $A_H = -1\,000$ kp, $A_V = -200$ kp = $-B$. Ohybové momenty $M_1 = -1\,000$ kpm, $M_2 = -500$ kpm, $M_3 = 500$ kpm. Priechne sily $T_{a-b} = -200$ kp, $T_{c-d} = 1\,000$ kp. Osové sily $N_{a-c} = V = 1\,000$ kp.]

Príklad 117. Určte momentový obrazec a obrazec priečných a osových síl lomeného nosníka, ktorý je zaťažný dvoma rovnako veľkými vodorovnými silami opačného zmyslu. Nech $l = 5,0$ m, $V = 600$ kp (obr. 117).

Riešenie:

Nosník je vlastne zaťažný dvojicou síl, preto reakcie A a B musia byť s touto dvojicou v rovnováhe, teda musia vytvoriť dvojicu s rovnakým momentom, ale opačného zmyslu.

$$A \cdot 5,0 - 600(1,5 + 1,0) = 0$$

$$A = \frac{600 \cdot 2,5}{5,0} = 300 \text{ kp} = -B$$

Ohybové momenty:

$$M_{c_1} = A \cdot 2,0 = 300 \cdot 2,0 = 600 \text{ kpm (zlava)}$$

$$M_{c_2} = -B \cdot 3,0 = -300 \cdot 3,0 = -900 \text{ kpm (sprava)}$$

$$M_{c_3} = V \cdot 1,5 = 600 \cdot 1,5 = 900 \text{ kpm (zhora)}$$

$$M_{c_4} = -V \cdot 1,0 = -600 \cdot 1,0 = -600 \text{ kpm (zdola)}$$

Priečne sily:

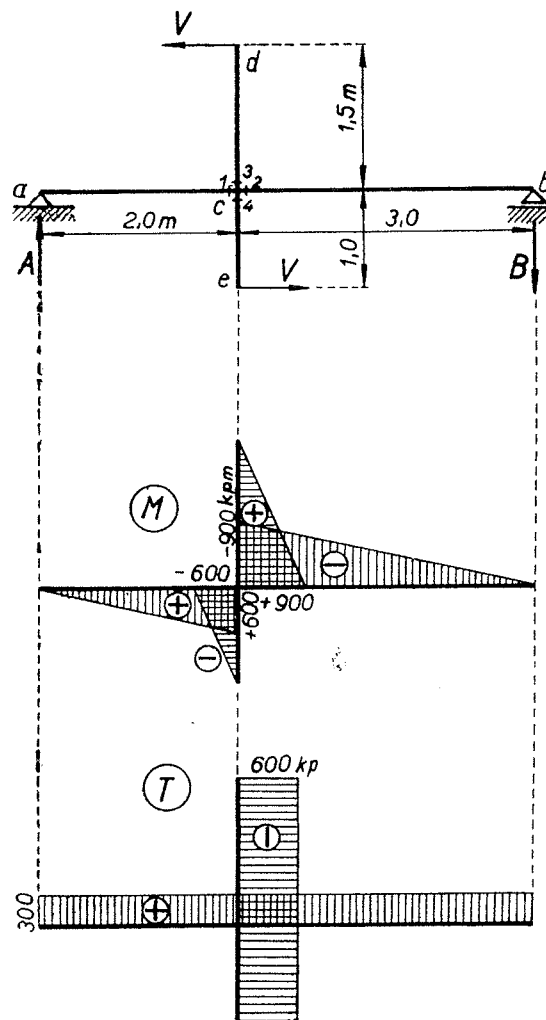
V prierezoch vodorovného trámu:

$$T_{a-b} = A = 300 \text{ kp}$$

Vo všetkých prierezoch zvislej časti de :

$$T_{d-e} = -V = -600 \text{ kp}$$

Osové sily nepôsobia v nijakom priereze nosníka.



Obr. 117

Príklad 118. Zistite momentový obrazec a obrazec priečných a osových síl naznačeného lomeného nosníka (obr. 118).

Riešenie:

Na nosník pôsobí vlastne dvojica síl s momentom

$$1\,000(1,5 + 2,0) = 3\,500 \text{ kpm}$$

Aj reakcie A , B musia vytvoriť rovnakú dvojicu, iba zmysel bude mať opačný:

$$A \cdot 4,0 - 1\,000(1,5 + 2,0) = 0$$

$$A = \frac{3\,500}{4,0} = 875 \text{ kp} = -B$$

Ohybové momenty:

$$M_a = M_f = 0$$

$$M_c = -1\,000 \cdot 1,5 = -1\,500 \text{ kpm} = M_d$$

$$M_e = 1\,000 \cdot 2,0 = 2\,000 \text{ kpm} = M_b$$

V strede nosníka g :

$$M_g = -1\,000 \cdot 1,5 + 875 \cdot 2,0 = 250 \text{ kpm}$$

Určenie polohy nosníka (medzi podperami $a-b$), kde sa ohybový moment rovná nule:

$$-P_1 \cdot 1,5 + Ac = 0$$

$$-1\,000 \cdot 1,5 + 875 \cdot c = 0$$

$$c = \frac{1\,500}{875} \doteq 1,71 \text{ m}$$

Priečne sily:

V častiach \overline{cd} a \overline{ef} :

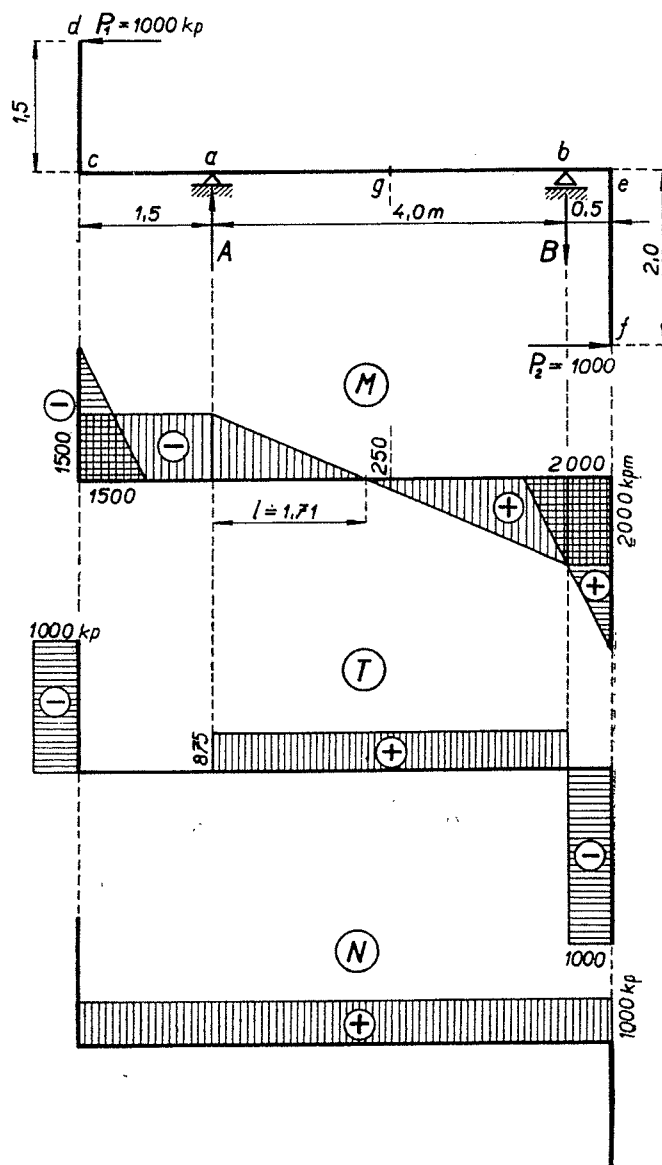
$$T = -1\,000 \text{ kp}$$

Medzi podperami $a-b$:

$$T = A = 875 \text{ kp}$$

V častiach \overline{ac} a \overline{be} niet priečnej sily.

Osová sila veľkosti $N = 1\,000 \text{ kp}$ pôsobí v celom vodorovnom tráme \overline{ce} .



Obr. 118

Príklad 119. Nakreslite momentový obrazec a obrazec priečných a osových síl. Reakcie určte graficky aj počtársky. V strede vodorovného trámu \overline{bc} pôsobí sila $P = 1\,000$ kp pod uhlom $\alpha = 30^\circ$ od vodorovného smeru (obr. 119).

Riešenie:

Graficky zistíme reakcie rozkladom sily P do zvislého smeru B a priečnikom (r) sily P a reakcie B musí ísť aj reakcia A . Graficky vychádza:

$$A = 870 \text{ kp}, \quad B = 650 \text{ kp}$$

Pri počtárskom zistení veľkosti reakcií rozložíme najprv silu $P = 1$ Mp na zložku vodorovnú a zvislú:

$$P_H = P \cos \alpha = 1\,000 \cdot 0,866 = 866 \text{ kp}$$

$$P_V = P \sin \alpha = 1\,000 \cdot 0,5 = 500 \text{ kp}$$

Z momentovej podmienky rovnováhy k pevnej podpere a vyplýva rovnica

$$-P_V \cdot 2,2 - P_H \cdot 2,0 + B \cdot 4,4 = 0$$

$$B = \frac{500 \cdot 2,2 + 866 \cdot 2,0}{4,4} \doteq 644 \text{ kp}$$

Vodorovná zložka ľavej reakcie A_H sa musí rovnať vodorovnej zložke P_H sily P :

$$A_H = P_H = 866 \text{ kp}$$

Zvislú zložku vypočítame zo súčtovej podmienky rovnováhy vo zvislom smere

$$A_V + B - P_V = 0$$

$A_V = P_V - B = 500 - 644 = -144$ kp
Šikmá reakcia A bude mať hodnotu

$$A = \sqrt{A_H^2 + A_V^2} = \sqrt{866^2 + 144^2} = 878 \text{ kp} \doteq 880 \text{ kp}$$

Ohybové momenty:

V podperách sú nulové:

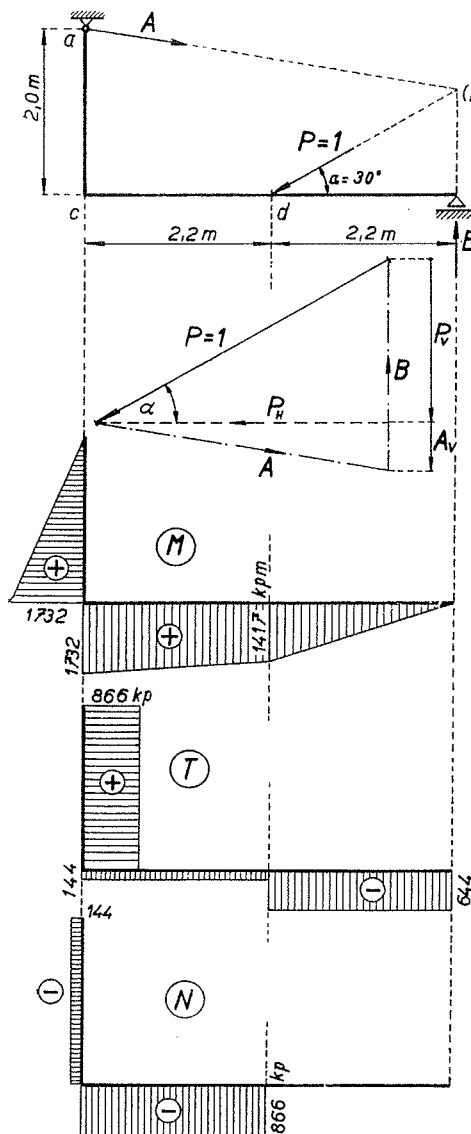
$$M_a = M_b = 0$$

V uzle c :

$$M_c = A_H \cdot 2,0 = 866 \cdot 2,0 = 1\,732 \text{ kpm}$$

V uzle d :

$$M_d = B \cdot 2,2 = 644 \cdot 2,2 = 1\,417 \text{ kpm}$$



Obr. 119

Priečne sily:

Vo zvislej časti \overline{ac} nosníka: $T_{a-c} = A_H = 866$ kp

V časti \overline{bd} : $T_{b-d} = -B = -644$ kp

V časti \overline{cd} : $T_{c-d} = -B + P_V = -644 + 500 = -144$ kp

Osové sily:

Vo zvislej časti \overline{ac} : $N_{a-c} = A_V = -144$ kp

V časti \overline{cd} : $N_{c-d} = -866$ kp

V časti \overline{bd} nemáme nijakú silu pôsobiacu vo vodorovnom smere, preto osové sily sú tu nulové.

Príklad 120. Určte momentový obrazec a obrazec priečných a osových síl. Nech $l = 5,0$ m, $P_1 = P_2 = 1,5$ Mp, $h = 4,0$ m (obr. 120).

Riešenie:

Keďže na nosník pôsobia iba zvislé sily a reakcia B musí ísť zvisle, aj ľavá reakcia A musí byť zvislá.

Na základe symetrie

$$A = B = 1,5 \text{ Mp}$$

Ohybové momenty:

V časti \overline{ae} a \overline{bf} zvislých nôh niet ohybového momentu.

Vo všetkých prierezoch časti nosníka \overline{ecdf} má ohybový moment rovnakú hodnotu:

$$1,5 \cdot 1,0 = 1,5 \text{ Mpm}$$

lebo výslednicou všetkých síl po jednej strane ktoréhokolvek prierezu je dvojica s momentom $1,5$ Mpm.

Priečne sily:

V nohách niet priečnej sily.

Na konzole \overline{eg} :

$$T_{e-g} = 1,5 \text{ Mp}$$

Na konzole \overline{hf} :

$$T_{h-f} = -1,5 \text{ Mp}$$

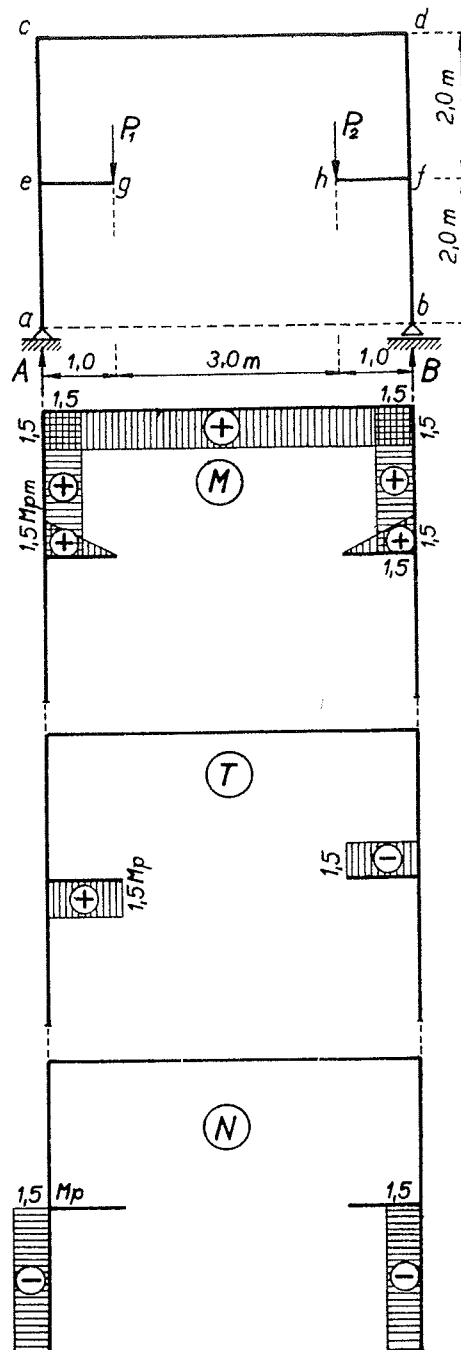
Vo vodorovnej hrade \overline{cd} :

$$T_{c-d} = A - P_1 = 1,5 - 1,5 = 0$$

Osové sily:

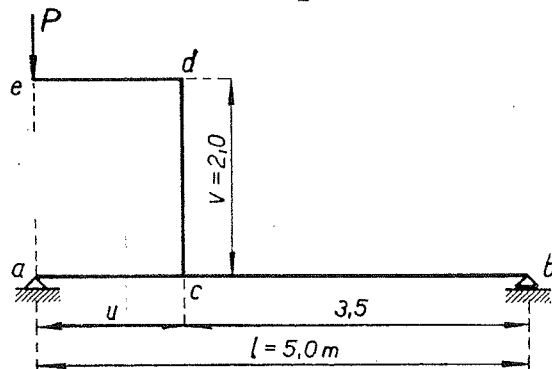
Vyskytujú sa len v časti \overline{ae} a \overline{bf} nôh:

$$N = -1,5 \text{ Mp}$$



Obr. 120

Príklad 160. Zistite momentový obrazec naznačeného lomeného nosníka, zaťaženého zvislou silou $P = 400$ kp. Nech $l = 5,0$ m, $u = 1,5$ m, $v = 2,0$ m (obr. 160).

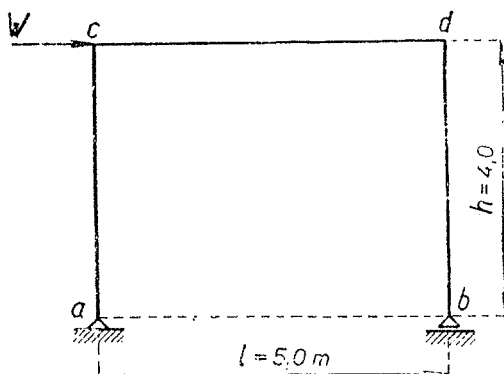


Obr. 160

[Reakcie $A = 400$ kp, $B = 0$. Ohybové momenty $M_e = 0$, $M_{b-c} = 0$, $M_c = 600$ kpm, $M_d = 600$ kpm. Priechne sily $T_{a-c} = A = 400$ kp, $T_{e-d} = -P = -400$ kp. Osové sily $N_{c-d} = -P = -400$ kp.]

Príklad 161. Naznačte momentový obrazec a obrazec priečných a osových síl lomeného nosníka zaťaženého vodorovnou silou $W = 900$ kp. Nech $l = 5,0$ m, $h = 4,0$ m (obr. 161).

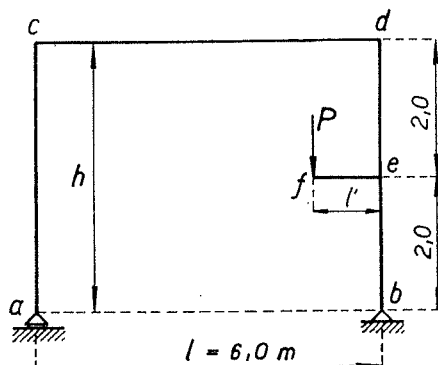
[Reakcie $A_H = -900$ kp, $A_V = -720$ kp $= -B$. Ohybové momenty $M_a = M_b = 0 = M_d$, $M_c = 3\,600$ kpm. Priechne sily $T_{a-c} = 900$ kp, $T_{c-d} = -720$ kp, $T_{b-d} = 0$. Osové sily $N_{a-c} = 720$ kp, $N_{b-d} = -720$ kp.]



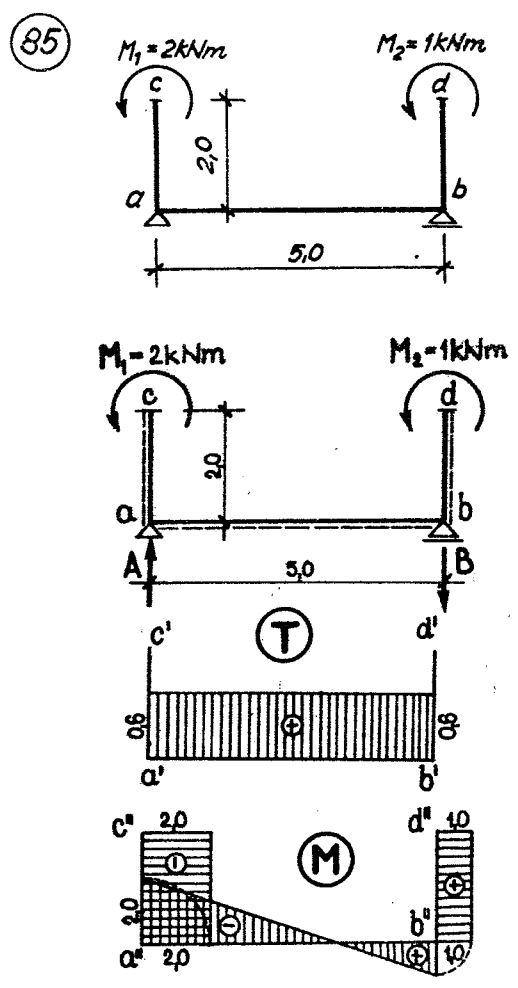
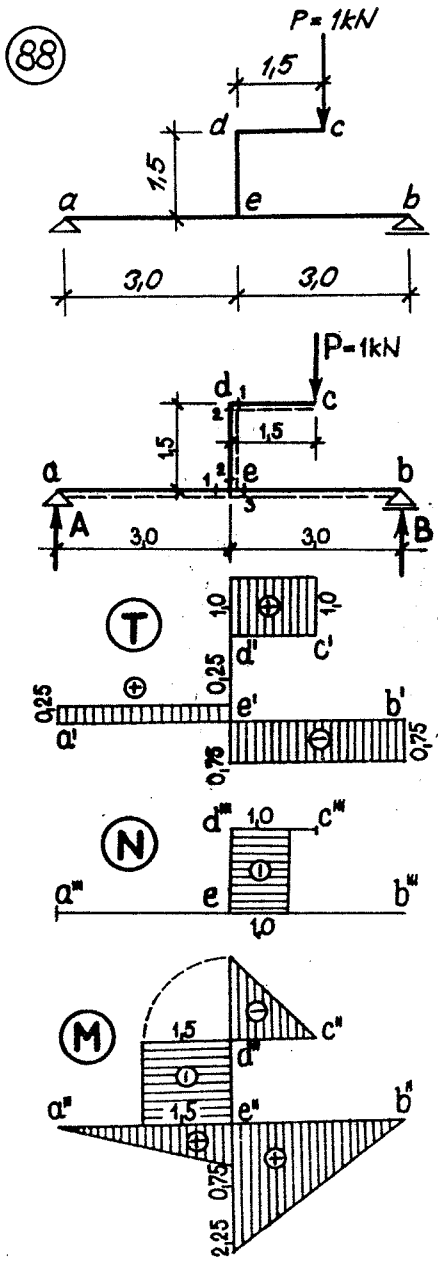
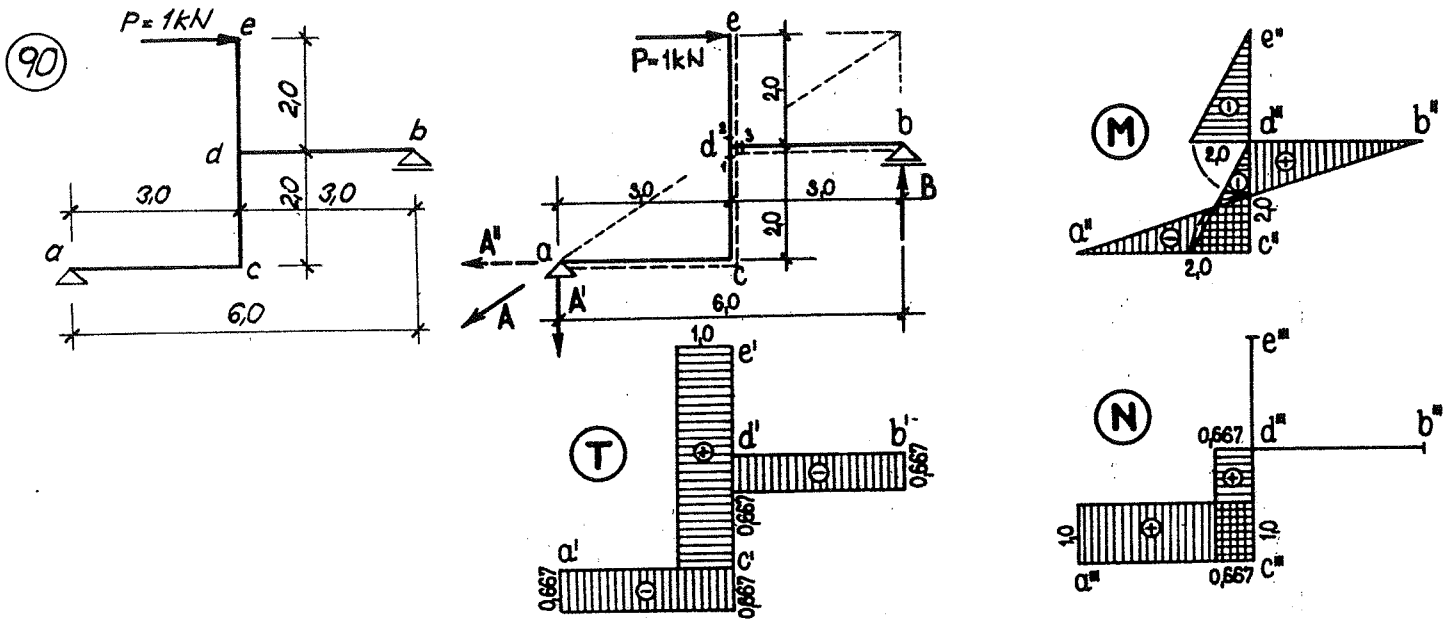
Obr. 161

Príklad 163. Naznačte momentový obrazec a obrazec priečných a osových síl lomeného nosníka zaťaženého na vnútornej konzolke silou $P = 2,0$ Mp, $l = 6,0$ m, $l' = 1,0$ m, $h = 4,0$ m (obr. 163).

[Reakcie $A = 0,33$ Mp, $B = 1,66$ Mp. Ohybové momenty $M_a = M_b = M_f = M_c = 0$, $M_d = M_e = 2,0$ Mpm. Priechne sily $T_{f-e} = -2,0$ Mp, $T_{c-d} = 0,33$ Mp. Osové sily $N_{a-c} = -0,33$ Mp, $N_{b-e} = -1,66$ Mp, $N_{e-d} = 0,33$ Mp.]



Obr. 163



Příklad 131. Určete obrazec M , T , N lomeného konzolového nosníka, zatíženého kombinovane. Nech $h = 4,0$ m, $l = 3,0$ m, $v = 2,0$ m, $q = 0,8$ Mp/m', $P = 0,6$ Mp, $W = 1,5$ Mp (obr. 131).

Riešenie:

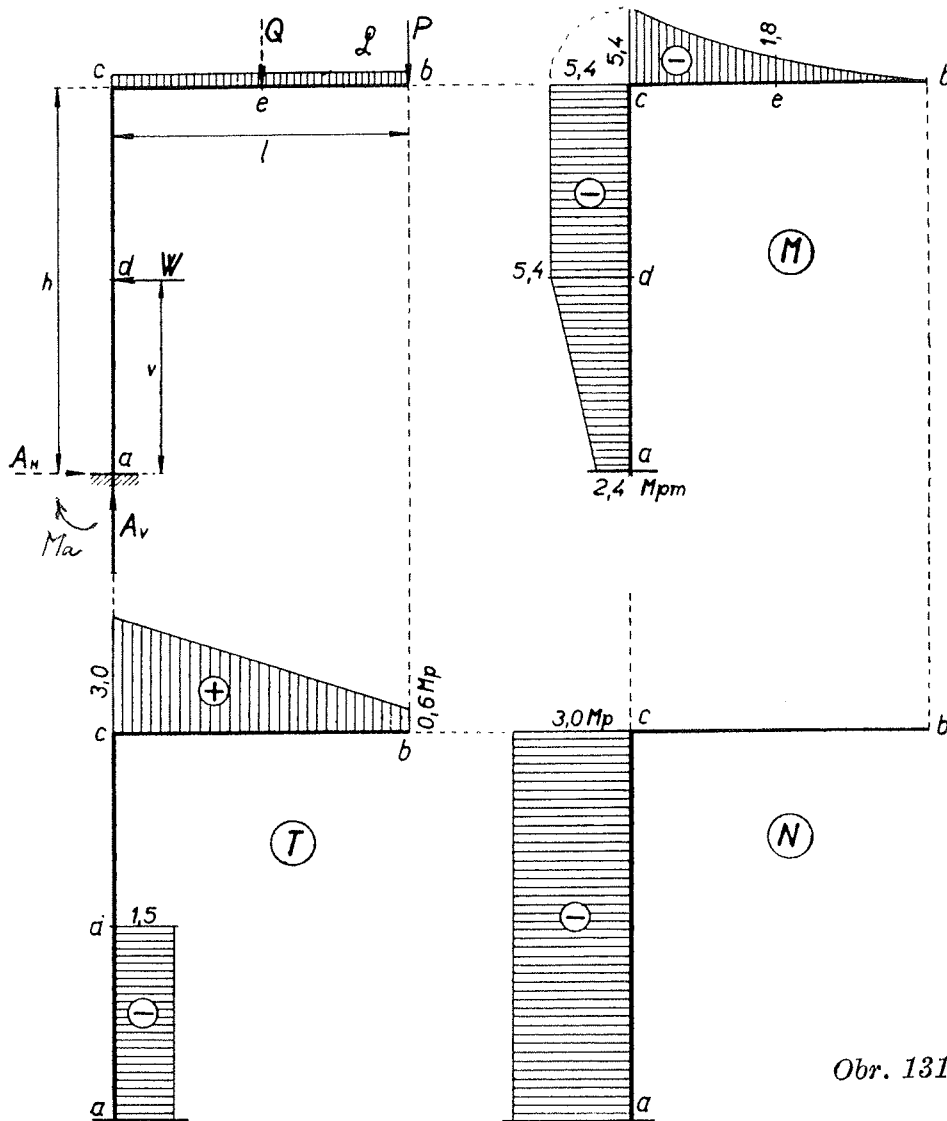
Určenie reakcií:

$$A_H = W = 1,5 \text{ Mp} \rightarrow$$

$$A_V = P + Q = 0,6 + 2,4 = 3,0 \text{ Mp}$$

Ohybový moment v podpere a :

$$\begin{aligned} M_a &= -Pl - Q \frac{l}{2} + Wv = -0,6 \cdot 3,0 - 2,4 \cdot 1,5 + 1,5 \cdot 2,0 = \\ &= -1,8 - 3,6 + 3,0 = -2,4 \text{ Mpm} \end{aligned}$$



Obr. 131

Ohybové momenty

$$M_b = 0$$

$$\begin{aligned} M_e &= -P \frac{l}{2} - q \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{4} = -0,6 \cdot 1,5 - 1,2 \cdot 0,75 = \\ &= -0,9 - 0,9 = -1,8 \text{ Mpm} \end{aligned}$$

$$M_c = -0,6 \cdot 3,0 - 2,4 \cdot 1,5 = -1,8 - 3,6 = -5,4 \text{ Mpm}$$

$$M_a = M_c = -5,4 \text{ Mpm}$$

Priečne sily:

$$T_b = P = 0,6 \text{ Mp}; \quad T_c = P + Q = 0,6 + 2,4 + 3,0 \text{ Mp}$$

Medzi priereznymi $\bar{c}\bar{d}$ niet priečnej sily a v časti $\bar{a}\bar{d}$ je:

$$T_{a-\bar{d}} = -W = -1,5 \text{ Mp}$$

Osové sily sú iba vo zvislej stojke a ich hodnota

$$N_{a-c} = -A_V = -3,0 \text{ Mp}$$

Príklad 122. Naznačte momentový obrazec a obrazec priečných síl lomeného nosníka zataženého čiastočným rovnomerným zatažením ($q = 2,0 \text{ Mp/m}'$).

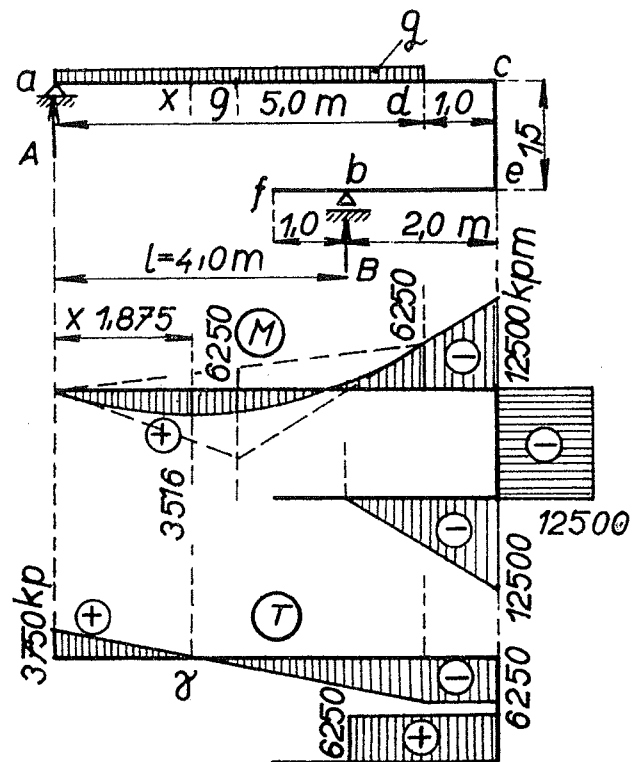
Riešenie:

Určenie reakcií:

$$A \cdot 4,0 - 2,0 \cdot 5,0 \cdot 1,5 = 0$$

$$A = \frac{15,0}{4,0} = 3,75 \text{ Mp}$$

$$B = 2,0 \cdot 5,0 - 3,75 = 6,25 \text{ Mp}$$



Obr. 122

Ohybové momenty:

$$M_a = M_b = M_f = 0$$

$$M_e = -B \cdot 2,0 = -6,25 \cdot 2,0 = -12,5 \text{ Mpm} = -12\,500 \text{ kpm}$$

$$M_c = M_e = -12\,500 \text{ kpm}$$

Maximálny kladný ohybový moment je vo vzdialenosti x od podperového bodu a :

$$A - qx = 0; \quad x = \frac{A}{q} = \frac{3,75}{2,0} = 1,875 \text{ m}$$

Jeho hodnota

$$+M_{\max} = M_x = 3,75 \cdot 1,875 - \frac{1}{2} \cdot 2,0 \cdot 1,875^2 = 3,516 \text{ Mpm} = 3\,516 \text{ kpm}$$

Ohybový moment v bode d

$$M_d = -B \cdot 1,0 = -6,25 \cdot 1,0 = -6,25 \text{ Mpm} = -6\,250 \text{ kpm}$$

Maximálna poradnica oblúka paraboly je v bode g a vzdialenosť vrcholu paraboly od tetivy je:

$$\frac{1}{8} q \cdot 5,0^2 = \frac{1}{8} \cdot 2 \cdot 5^2 = 6,25 \text{ Mpm} = 6\,250 \text{ kpm}$$

Priečne sily:

V časti \overline{bf} a \overline{ce} nosníka niet priečných síl. V časti \overline{be} je $T = B = 6\,250 \text{ kp}$, v časti \overline{cd} $T_{c-d} = -B = -6\,250 \text{ kp}$, v podpere a $T_a = A = 3\,750 \text{ kp}$, v časti \overline{ad} sa T mení podľa priamky.

Osová sila je iba vo zvislej časti \overline{ec} :

$$N_{e-c} = -B = -6\,250 \text{ kp}$$

Príklad 126. Určte momentový obrazec a obrazec priečných a osových síl lomeného nosníka. Nech $l = 6,0$ m, $q = 1\,000$ kp/m', $l' = 2,0$ m, $P = 600$ kp (obr. 126).

Riešenie:

Veľkosť reakcií:

$$A \cdot 6,0 - 1\,000 \cdot 6,0 \cdot 3,0 - 600 \cdot 2,0 = 0$$

$$A = \frac{18\,000 + 1\,200}{6,0} = 3\,200 \text{ kp}$$

$$B = 1\,000 \cdot 6,0 + 600 - 3\,200 = 3\,400 \text{ kp}$$

Ohybové momenty:

$$M_a = M_d = 0$$

$$M_c = 600 \cdot 2,0 = 1\,200 \text{ kpm} = M_b$$

Maximálny ohybový moment bude v prechodovom priereze x , ktorého polohu zistíme z rovnice

$$A - qx = 0; \quad x = \frac{A}{q} = \frac{3\,200}{1\,000} = 3,2 \text{ m}$$

$$M_{\max} = M_x = Ax - \frac{1}{2}qx^2 = 3\,200 \cdot 3,2 - \frac{1}{2} \cdot 1\,000 \cdot 3,2^2 = 5\,120 \text{ kpm}$$

Najväčší ohybový moment od samého plného rovnomerného zataženia je v strede e trámu \overline{ab} a jeho hodnota je:

$$\frac{1}{8}ql^2 = \frac{1}{8} \cdot 1\,000 \cdot 6,0^2 = 4\,500 \text{ kpm} < M_{\max}$$

Priečne sily:

Na časti \overline{cd}

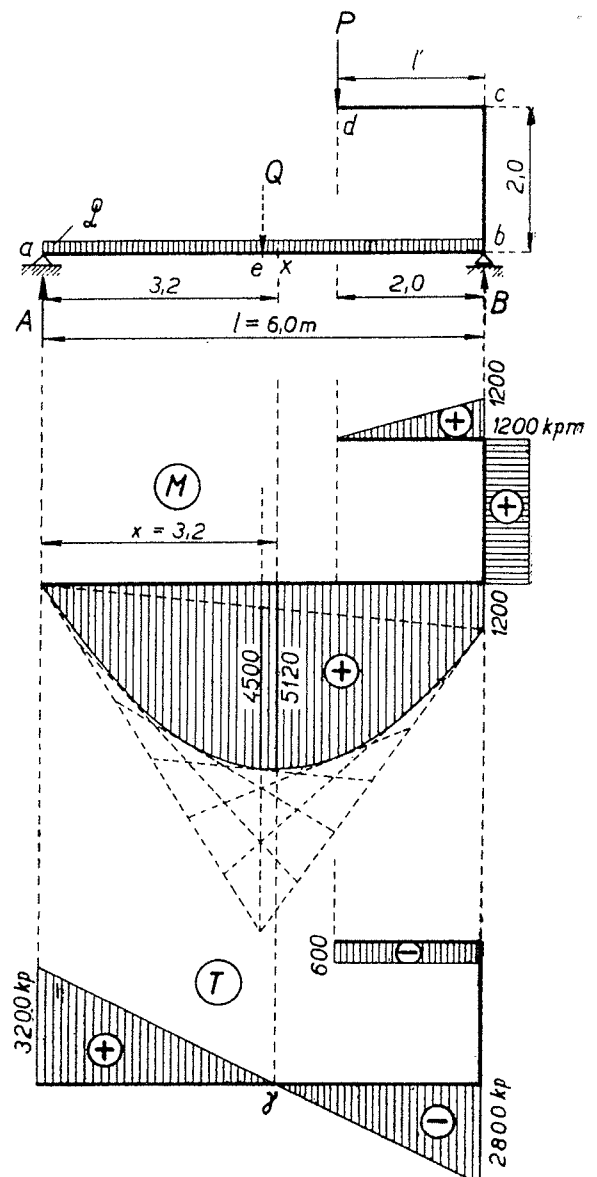
$$T_{c-d} = -P = -600 \text{ kp}$$

V podperovom bode b

$$T_b = -B + P = -3\,400 + 600 = -2\,800 \text{ kp}$$

Osové sily sú iba v časti \overline{bc} :

$$N_{b-c} = -P = -600 \text{ kp}$$



Obr. 126

Príklad 121. Naznačte momentový obrazec a obrazec priečných a osových síl lomeného nosníka zataženého vodorovným rovnomerným zatažením $w = 400 \text{ kp/m}'$. Nech $l = 5,0 \text{ m}$, $h = 4,0 \text{ m}$ (obr. 121).

Riešenie:

Najprv vypočítame reakcie.

Vodorovná zložka ľavej reakcie:

$$A_H = wh = 400 \cdot 4,0 = 1\,600 \text{ kp} \leftarrow$$

Reakciu B určíme z momentovej podmienky rovnováhy k bodu a :

$$B \cdot 5,0 - 400 \cdot 4,0 \cdot 2,0 = 0$$

$$B = \frac{3\,200}{5,0} = 640 \text{ kp} = -A_V$$

Ohybové momenty:

$$M_a = M_b = M_d = 0$$

$$M_c = Bl = 640 \cdot 5,0 = 3\,200 \text{ kpm (sprava)}$$

$$M_e = A_H h - wh \frac{h}{2} = 1\,600 \cdot 4,0 - 400 \cdot \frac{4,0^2}{2} = 3\,200 \text{ kpm (zľava)}$$

Na ľavej nohe je momentovým obrazcom kvadratická parabola s vodorovnou osou, ktorej vodorovná vzdialenosť od tetivy (v strede e nohy) je:

$$\frac{1}{8} wh^2 = \frac{1}{8} 400 \cdot 4,0^2 = 800 \text{ kpm}$$

Ohybový moment v strede e ľavej nohy (ak ideme odspodku);

$$M_e = A_H \frac{h}{2} - w \frac{h}{2} \cdot \frac{h}{4} = 1\,600 \cdot 2,0 - \frac{1}{8} 400 \cdot 4,0^2 = 2\,400 \text{ kpm}$$

Priečne sily:

V pravej nohe bd niet priečných síl.

V podperovom bode a ľavej nohy

$$T_a = A_H = 1\,600 \text{ kp}$$

v strede e ľavej nohy

$$T_e = A_H - w \frac{h}{2} = 1\,600 - 400 \cdot 2,0 = 800 \text{ kp}$$

v uzle c

$$T_c = A_H - wh = 1\,600 - 400 \cdot 4,0 = 0$$

Vo vodorovnej hrade cd :

$$T_{c-d} = -B = -640 \text{ kp}$$

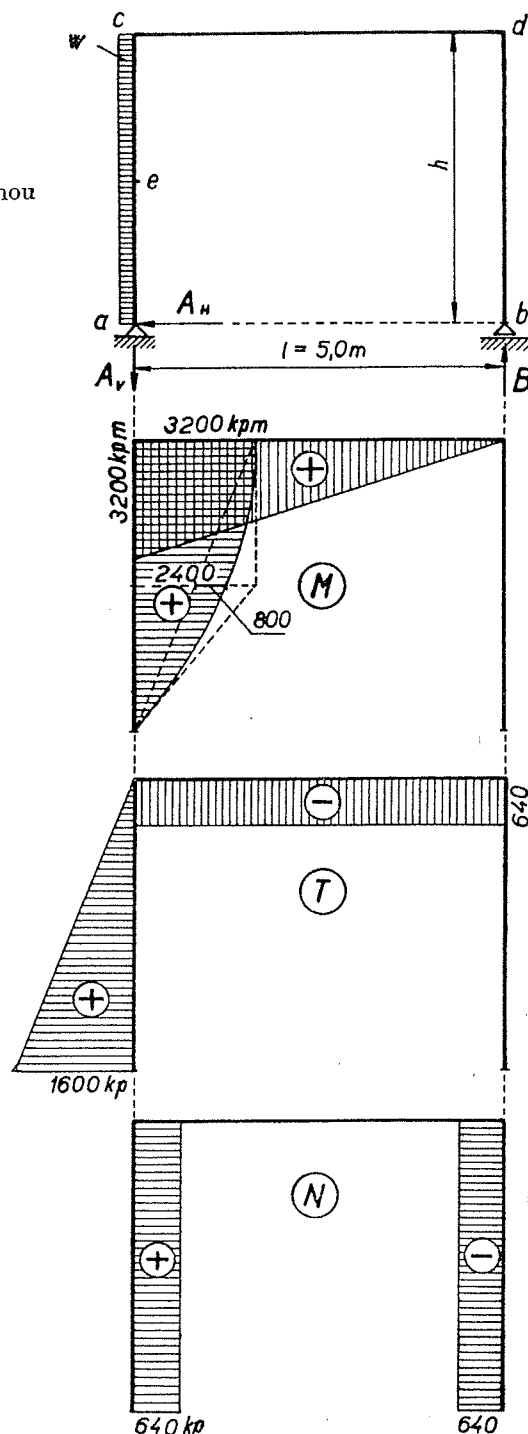
Osové sily:

Máme iba v nohách, a to v ľavej je ťah:

$$N_{a-c} = A_V = 640 \text{ kp}$$

v pravej nohe je tlak:

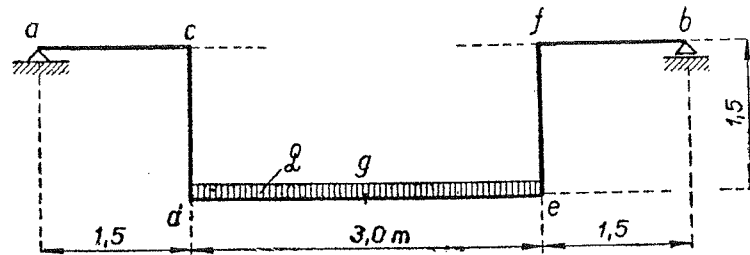
$$N_{b-a} = -B = -640 \text{ kp}$$



Obr. 121

Príklad 158. Zistite obrazec M, T, N lomeného nosníka so staticky určitými podperami, zaťaženého v strednej časti rovnomerným zaťažením $q = 600 \text{ kp/m}'$ (obr. 158).

Obr. 158

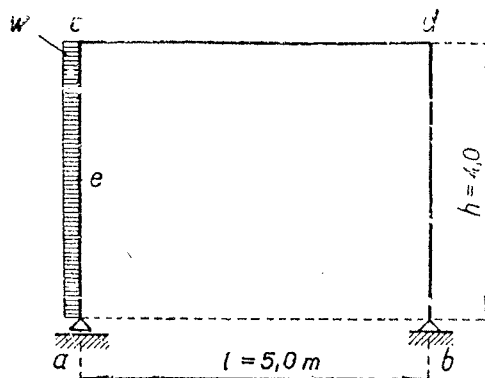


[Reakcie $A = B = 900 \text{ kp}$. Ohybové momenty $M_{c-d} = M_{f-e} = 1\,350 \text{ kpm}$, $M_{\max} = M_g = 2\,025 \text{ kpm}$. Priechne sily $T_{a-c} = 900 \text{ kp}$, $T_{b-f} = -900 \text{ kp}$. Osové sily $N_{d-c} = N_{e-f} = 900 \text{ kp}$.]

Príklad 162. Naznačte momentový obrazec a obrazec priečných a osových síl lomeného nosníka zaťaženého vodorovným rovnomerným zaťažením $w = 400 \text{ kp/m}'$. Nech $l = 5,0 \text{ m}$, $h = 4,0 \text{ m}$ (obr. 162).

[Reakcie $A = -640 \text{ kp} = -B_V$, $B_H = 1\,600 \text{ kp}$. Ohybové momenty $M_a = M_b = 0$, $M_d = -6\,400 \text{ kpm}$, $M_c = -3\,200 \text{ kpm}$, $M_e = -800 \text{ kpm}$

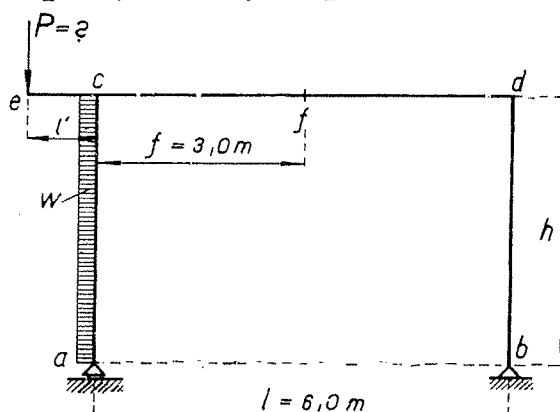
Priechne sily $T_a = 0$, $T_c = -1\,600 \text{ kp}$, $T_{c-d} = -640 \text{ kp}$, $T_{b-d} = 1\,600 \text{ kp}$. Osové sily $N_{a-c} = 640 \text{ kp}$, $N_{c-d} = -1\,600 \text{ kp}$, $N_{b-d} = -640 \text{ kp}$.



Obr. 162

Príklad 164. Akou silou P musíme pôsobiť na konci konzoly lomeného nosníka, ak chceme, aby sa zvislá zložka reakcie B_V rovnala nule. Zistite ohybové momenty v prierezoch a, b, c, d, e, f . Ľavá noha je zaťažená plným rovnomerným zaťažením vodorovným: $w = 400 \text{ kp/m}'$, $l = 6,0 \text{ m}$, $h = 4,0 \text{ m}$, $l' = 1,0 \text{ m}$ (obr. 164).

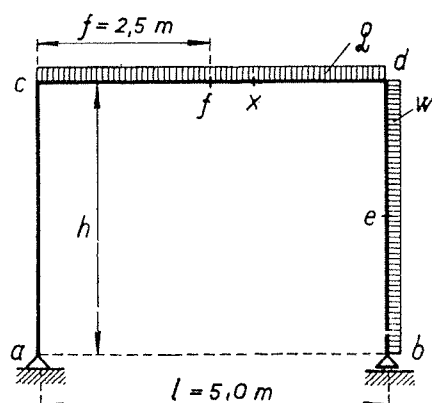
[Reakcie $B_H = 1\,600 \text{ kp}$, $A = P = 3\,200 \text{ kp}$. Ohybové momenty $M_a = M_b = M_e = 0$, $M_c = -3\,200 \text{ kpm}$ (zľava), $\bar{M}_c = -3\,200 \text{ kpm}$ (odspodku), $M_c = -6\,400 \text{ kpm}$ (zľava aj odspodku), $M_f = -6\,400 \text{ kpm} = M_d$.]



Obr. 164

Príklad 165. Zistite obrazec M , T , N lomeného nosníka zataženého vodorovným rovnomerným zatažením $w = 0,6 \text{ Mp/m'}$, a zvislým rovnomerným zatažením $q = 1,6 \text{ Mp/m'}$, $l = 5,0 \text{ m}$, $h = 4,0 \text{ m}$ (obr. 165).

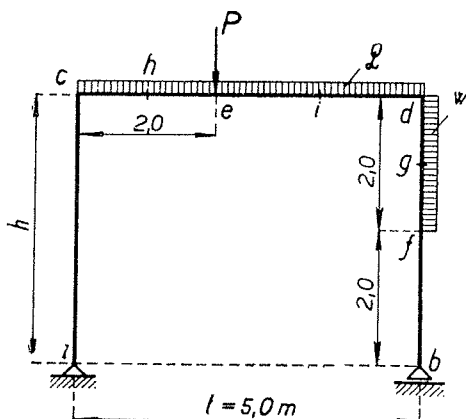
[Reakcie $A_H = 2,4 \text{ Mp}$, $A_V = 4,96 \text{ Mp}$, $B = 3,04 \text{ Mp}$. Ohybové momenty $M_a = M_b = 0$, $M_e = -1,2 \text{ Mpm}$, $M_c = -9,6 \text{ Mpm}$, $M_d = -4,8 \text{ Mpm}$, $M_f = -2,2 \text{ Mpm}$. Minimum záporného momentu v hrade \overline{cd} je v priereze x vo vzdialenosti $x = 3,10 \text{ m}$ od uzla c a jeho hodnota $M_x = -1,912 \text{ Mpm}$. Pričné sily $T_{a-c} = -2,4 \text{ Mp}$, $T_b = 0$, $T_d = 2,4 \text{ Mp}$. V hrade \overline{cd} sú pričné sily $T_c = 4,96 \text{ Mp}$, $T_d = -3,04 \text{ Mp}$. Osovú sily $N_{a-c} = -4,96 \text{ Mp}$, $N_{b-d} = -3,04 \text{ Mp}$, $N_{c-d} = -2,4 \text{ Mp}$.]



Obr. 165

Príklad 166. Naznačte obrazec M , T , N lomeného nosníka. Nech $l = 6,0 \text{ m}$, $w_1 = 1,0 \text{ Mp/m'}$, $q = 2,0 \text{ Mp/m'}$, $h = 4,0 \text{ m}$. Vodorovné rovnomerné zataženie w_1 nech pôsobí z vnútra lomeného nosníka smerom von (obr. 166).

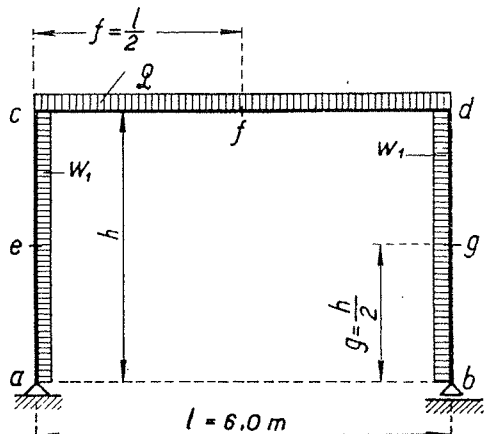
[Reakcie $A_H = 0$, $A_V = 6,0 \text{ Mp} = B$. Ohybové momenty $M_a = M_b = 0$, $M_c = M_d = 8,0 \text{ Mpm}$, $M_e = M_g = 2,0 \text{ Mpm}$, $M_f = M_{\max} = 17,0 \text{ Mpm}$. Pričné sily $T_a = T_b = 0$. V stojkách je: $T_c = 4,0 \text{ Mp}$, $T_d = -4,0 \text{ Mp}$. Vo vodorovnej hrade je: $T_c = A_V = 6,0 \text{ Mp}$, $T_d = -6,0 \text{ Mp}$. Osovú sily $N_{a-c} = N_{b-d} = -6,0 \text{ Mp}$, $N_{c-d} = 4,0 \text{ Mp}$.]



Obr. 166

Príklad 167. Zistite obrazec M , T , N lomeného nosníka, ktorého $l = 5,0$ m, $h = 4,0$ m, $q_1 = 1,6$ Mp/m', $w = 0,5$ Mp/m', $P = 4,0$ Mp (obr. 167).

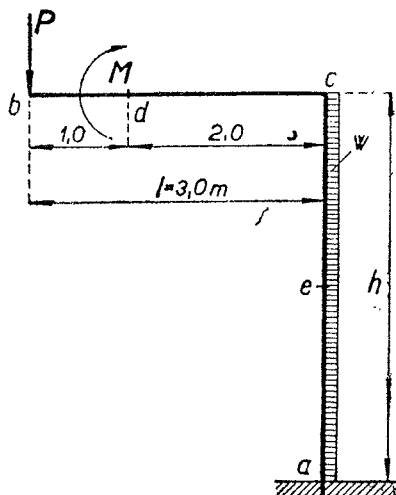
[Reakcie $A_H = 1,0$ Mp, $A_V = 7,0$ Mp, $B = 5,0$ Mp. Ohybové momenty $M_a = M_b = M_f = 0$, $M_c = -4,0$ Mpm, $M_e = 6,8$ Mpm, $M_d = -1,0$ Mpm, $M_g = -0,25$ Mpm, $M_h = 2,2$ Mpm, $M_i = 4,7$ Mpm. Priechne sily $T_{a-c} = -1,0$ Mp. V hrade cd je: $T_c = A_V = 7,0$ Mp, $T_{e_1} = 3,8$ Mp, $T_{e_2} = -0,2$ Mp, $T_{d_1} = -5,0$ Mp, $T_b = T_f = 0$, $T_{d_2} = 1,0$ Mp (ak berieme do úvahy pravú nohu). Osovú silu $N_{a-c} = -7,0$ Mp, $N_{b-a} = -5,0$ Mp, $N_{c-d} = -1,0$ Mp.]



Obr. 167

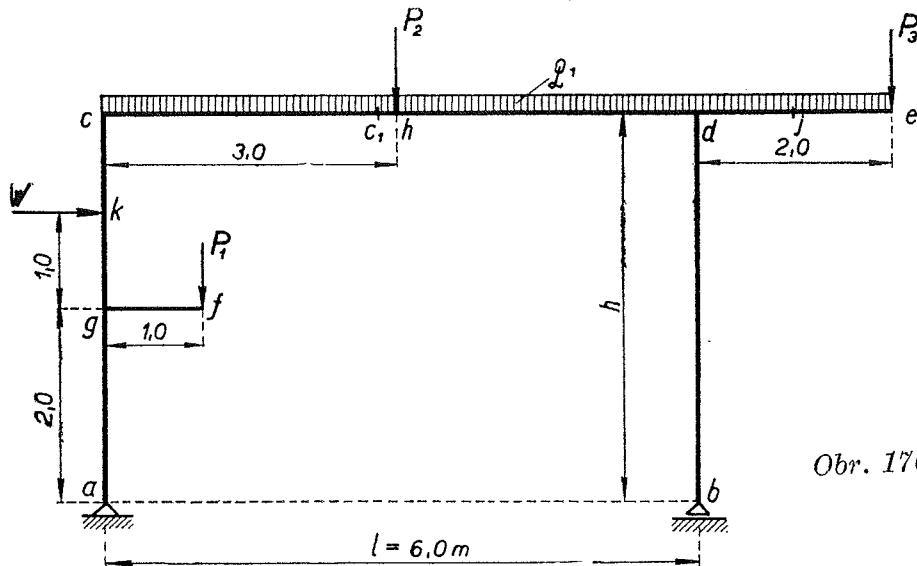
Príklad 169. Určte obrazec M , T , N lomeného konzolového nosníka, zaťažného kombinovane. Nech $l = 3,0$ m, $h = 4,0$ m, $P = 0,4$ Mp, $M = 2,0$ Mpm, $w = 0,3$ Mp/m' (obr. 169).

[Reakcie $A_H = 1,2$ Mp, $A_V = 0,4$ Mp. Ohybové momenty $M_b = 0$, $M_{d_1} = -0,4$ Mpm, $M_{d_2} = 1,6$ Mpm, $M_c = 0,8$ Mpm, $M_e = 0,2$ Mpm, $M_a = -1,6$ Mpm. Priechne sily $T_{b-c} = -0,4$ Mp. V stojke je: $T_c = 0$, $T_e = -0,6$ Mp, $T_a = -1,2$ Mp. Osovú silu $N_{a-c} = -0,4$ Mp.]



Obr. 169

Príklad 170. Vypočítajte M , T , N lomeného nosníka. Nech $l = 6,0$ m, $h = 4,0$ m, $q_1 = 2,0$ Mp/m', $P_1 = 2,0$ Mp, $P_2 = 3,0$ Mp, $P_3 = 0,5$ Mp, $W = 1,5$ Mp (obr. 170).



Obr. 170

[Reakcie $A_H = -1,5$ Mp \leftarrow , $A_V = 7,6$ Mp, $B = 13,9$ Mp. Ohybové momenty $M_a = M_b = M_e = 0$, $M_{g_1} = 3,0$ Mpm, $M_{g_2} = -2,0$ Mpm, $M_{g_3} = 5,0$ Mpm, $M_k = 6,5$ Mpm = M_c , $M_j = -1,5$ Mpm, $M_d = -5,0$ Mpm, $M_h = 14,26$ Mpm. Prechodový prierez na vodorovnej hrade $c-e$ je vo vzdialenosti $c_1 = 2,8$ m od uzla c a $M_{\max} = M_{c_1} = 14,34$ Mpm. Priečne sily $T_{a-k} = 1,5$ Mp, $T_{f-g} = 2,0$ Mp, $T_{k-c} = 0$. Na vodorovnej hrade $T_c = 5,6$ Mp, $T_{c_1} = 0$, $T_{h_1} = -0,4$ Mp, $T_{h_2} = -2,4$ Mp, $T_e = 0,5$ Mp, $T_{d_1} = 4,5$ Mp, $T_{d_2} = -9,4$ Mp. V nohe $\bar{b}\bar{d}$ nie je priečna sila. Osové sily $N_{a-g} = -7,6$ Mp, $N_{g-c} = -5,6$ Mp, $N_{b-d} = -13,9$ Mp, $N_{c-e} = 0$.]

Príklad 129. Naznačte obrazec M , T , N lomeného nosníka. Nech $l = 5,0$ m, $h = 4,0$ m, $M_1 = 1,0$ Mpm, $M_2 = 2,0$ Mpm, $V_1 = 1,5$ Mp (obr. 129).

Riešenie:

Výpočet reakcií:

$$A_H = V_1 = 1,5 \text{ Mp} \rightarrow$$

$$A_V \cdot 5,0 + 1,0 + 2,0 - 1,5 \cdot 2,0 = 0$$

$$A_V = \frac{-1,0 - 2,0 + 3,0}{5,0} = \frac{0}{5,0} = 0$$

$$B \cdot 5,0 + 1,5 \cdot 2,0 - 2,0 - 1,0 = 0$$

$$B = \frac{-3,0 + 2,0 + 1,0}{5,0} = \frac{0}{5,0} = 0$$

Ohybové momenty:

$$M_a = M_b = M_g = 0$$

$$M_{e_1} = -A_H \cdot 2,0 = -1,5 \cdot 2,0 = -3,0 \text{ Mpm}$$

$$M_{e_2} = M_{e_1} + M_1 = -3,0 + 1,0 = 2,0 \text{ Mpm}$$

$$M_c = -1,5 \cdot 4,0 + 1,0 = -5,0 \text{ Mpm}$$

$$M_d = -V_1 \cdot 2,0 = -1,5 \cdot 2,0 = -3,0 \text{ Mpm}$$

$$M_{f_1} = -A_H \cdot h + M_1 = -1,5 \cdot 4,0 + 1,0 = -5,0 \text{ Mpm}$$

$$M_{f_2} = M_{f_1} + M_2 = -5,0 + 2,0 = -3,0 \text{ Mpm}$$

Priečne sily:

$T_a = -A_H = -1,5$ Mp a priečna sila v celej ľavej nohe je rovnaká.

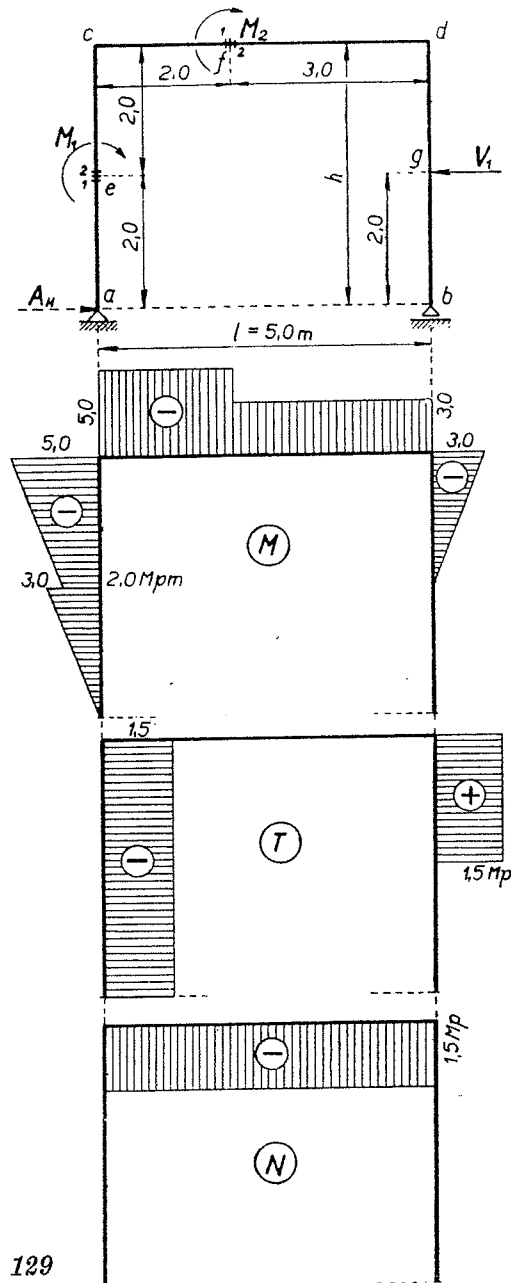
Vo vodorovnej hrade \overline{cd} nie je priečna sila, lebo reakcie sú nulové.

Rovnako v časti \overline{bg} pravej nohy nie sú priečne sily. V časti \overline{gd} $T_{g-d} = V_1 = 1,5$ Mp.

Osovú silu

Sú iba vo vodorovnej hrade \overline{cd} a ich veľkosť

$$N_{c-d} = -V_1 = -1,5 \text{ Mp}$$



Obr. 129

Príklad 130. Zistite obrazec M , T , N lomeného nosníka zataženého momentami $M_1 = 1,5$ Mpm, $M_2 = 3,0$ Mpm, $M_3 = 2,0$ Mpm. Nech $l = 5,0$ m, $h = 4,0$ m (obr. 130).

Riešenie:

Určenie reakcií:

$$A_H = 0$$

$$A_V l + M_1 + M_2 - M_3 = 0$$

$$A_V = \frac{-1,5 - 3,0 + 2,0}{5,0} = -\frac{2,5}{5,0} = -0,5 \text{ Mp}$$

$$B = -A_V = 0,5 \text{ Mp}$$

Ohybové momenty:

$$M_a = M_1 = 1,5 \text{ Mpm}$$

$$M_b = 0$$

$$M_c = M_1 = 1,5 \text{ Mpm}$$

$$M_{e_1} = M_1 - A_V \cdot 3,0 = 1,5 - 0,5 \cdot 3,0 = 0$$

$$M_{e_2} = M_{e_1} + M_2 = 3,0 \text{ Mpm}$$

$$M_f = 2,0 \text{ Mpm}; \quad M_d = M_f = 2,0 \text{ Mpm}$$

Priečne sily sa vyskytujú iba vo vodorovnom tráme.

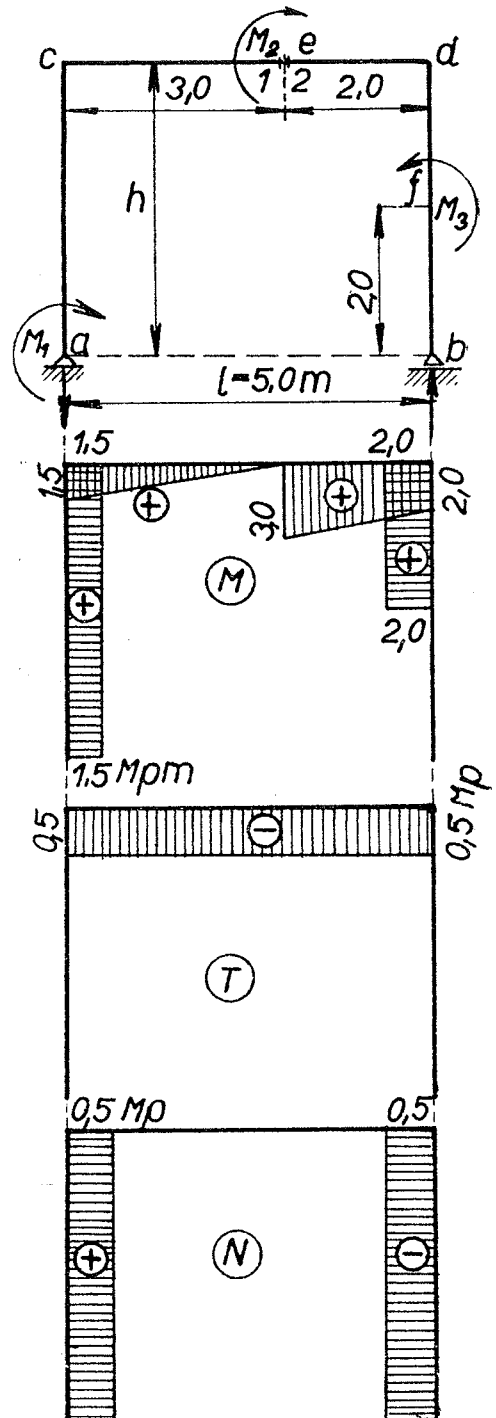
$$T_{c-d} = -0,5 \text{ Mp}$$

Osové sily:
v ľavej nohe

$$N_{a-c} = A_V = 0,5 \text{ Mp}$$

v pravej nohe

$$N_{b-d} = -B = -0,5 \text{ Mp}$$



Obr. 130

Príklad 128. Na základe počtárskeho riešenia nakreslite obrazec M , T , N , tomeného nosníka zataženého kombinovane. Nech $l = 5,0$ m, $h_1 = 5,0$ m, $h_2 = 4,0$ m, $P = 6,0$ Mp, $w_1 = 0,5$ Mp/m', $W_2 = 0,5$ Mp (obr. 128).

Riešenie:

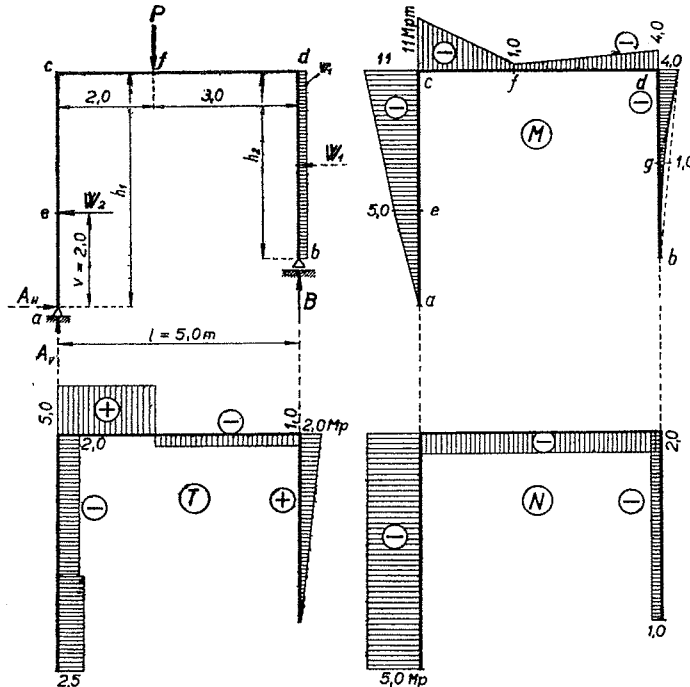
Výpočet reakcií:

$$A_H = W_1 + W_2 = 2,0 + 0,5 = 2,5 \text{ Mp} \rightarrow$$

$$A_V \cdot 5,0 - 2,5 \cdot 1,0 - 0,5 \cdot 1,0 - 6,0 \cdot 3,0 - 2,0 \cdot 2,0 = 0$$

$$A_V = \frac{2,5 + 0,5 + 18,0 + 4,0}{5,0} = \frac{25,0}{5,0} = 5,0 \text{ Mp}$$

$$B = P - A_V = 6,0 - 5,0 = 1,0 \text{ Mp}$$



Obr. 128

Ohybové momenty:

$$M_a = M_b = 0$$

$$M_e = -A_H v = -2,5 \cdot 2,0 = -5,0 \text{ Mpm}$$

$$M_c = -2,5 \cdot 5,0 + 0,5 \cdot 3,0 = -11,0 \text{ Mpm}$$

$$M_g = -\frac{W_1 \cdot h_2}{2} = -1,0 \cdot 1,0 = -1,0 \text{ Mpm}$$

$$M_d = -2,0 \cdot 2,0 = -4,0 \text{ Mpm}$$

$$M_f = A_V \cdot 2,0 - A_H h_1 + W_2 (h_1 - v) =$$

$$= 5,0 \cdot 2,0 - 2,5 \cdot 5,0 + 0,5 \cdot 3,0 =$$

$$= 10,0 - 12,5 + 1,5 = -1,0 \text{ Mpm}$$

Priečne sily:

V ľavej stojke $T_a = -2,5$ Mp

$$T_e = -2,5 + 0,5 = -2,0 \text{ Mp} = T_c$$

v pravej stojke $T_b = 0$

$$T_d = W_1 = 2,0 \text{ Mp}$$

Vo vodorovnej hrade \overline{cd}

$$T_c = A_V = 5,0 \text{ Mp}$$

$$T_d = -B = -1,0 \text{ Mp}$$

Priečna sila nekonečne vľavo od pôsobiska f sily P

$$T_f = A_V = 5,0 \text{ Mp}$$

Nekonečne vpravo od f má hodnotu

$$T'_f = A_V - P = 5,0 - 6,0 = -1,0 \text{ Mp} = T_d$$

Osovú silu:

V ľavej stojke

$$N_{a-c} = -A_V = -5,0 \text{ Mp}$$

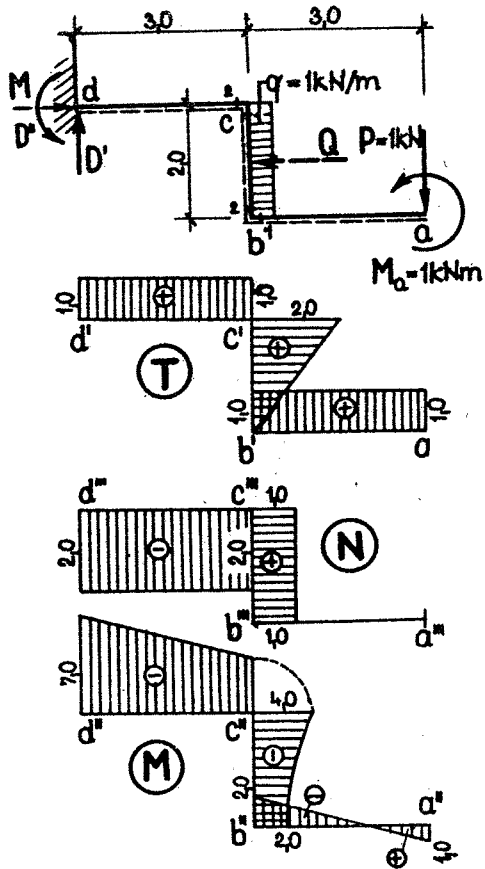
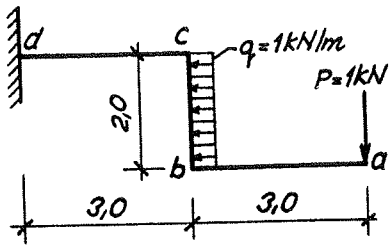
V pravej stojke

$$N_{b-d} = -B = -1,0 \text{ Mp}$$

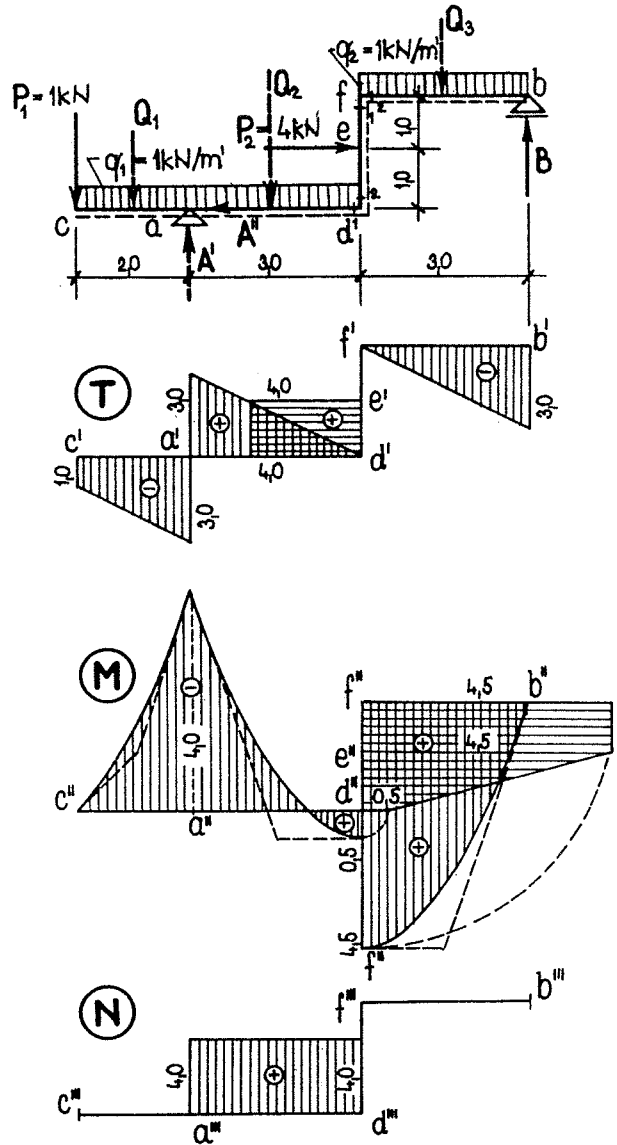
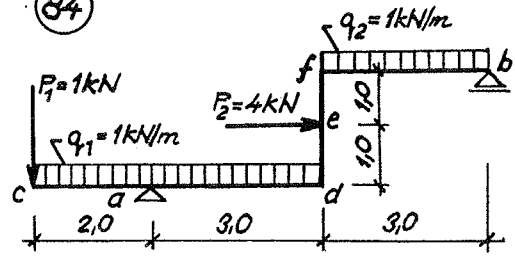
Vo vodorovnej hrade

$$N_{c-d} = -W_1 = -2,0 \text{ Mp}$$

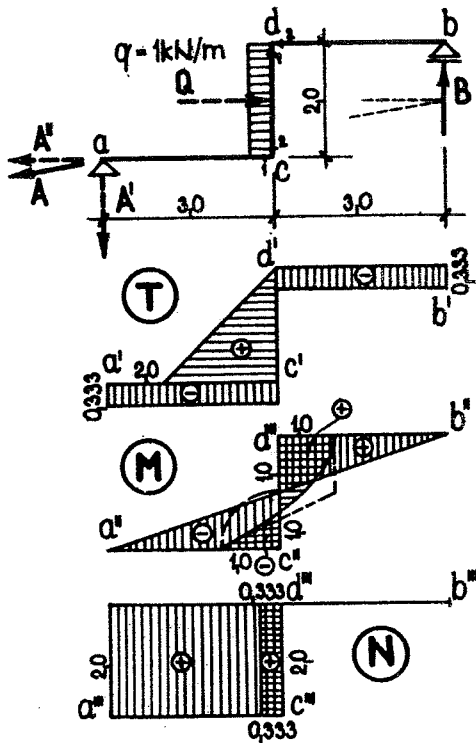
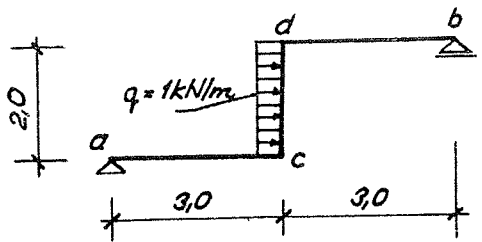
86



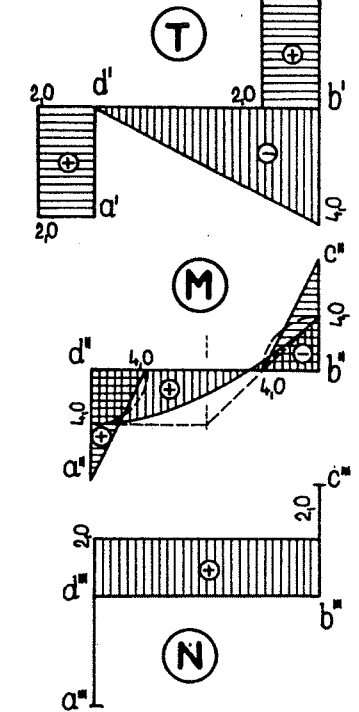
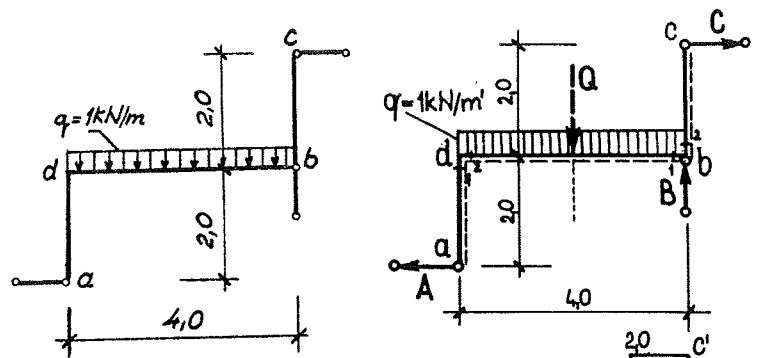
84



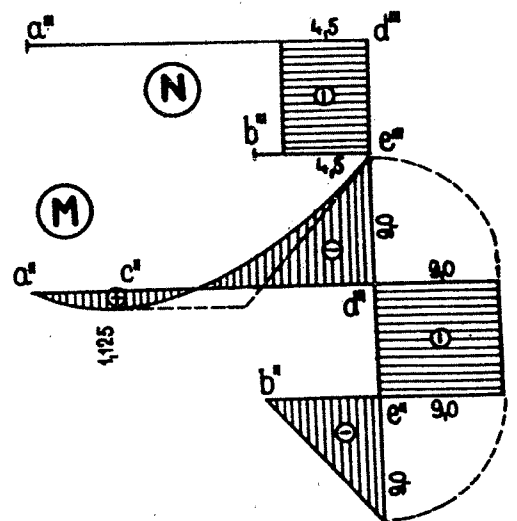
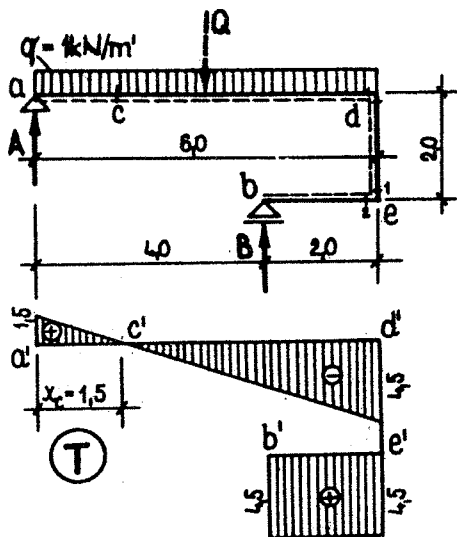
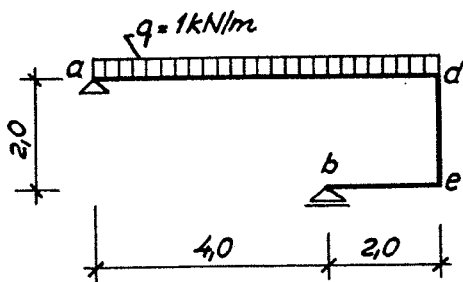
78



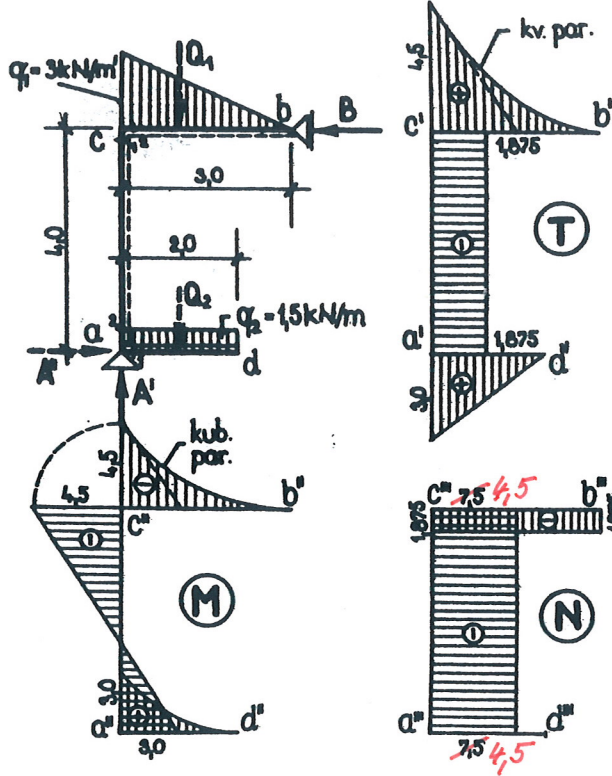
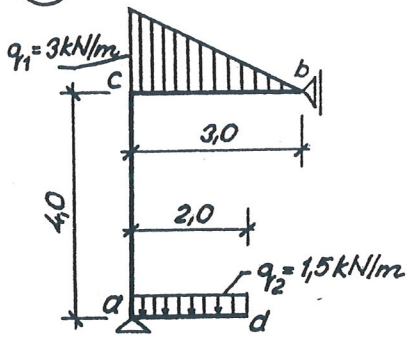
84a



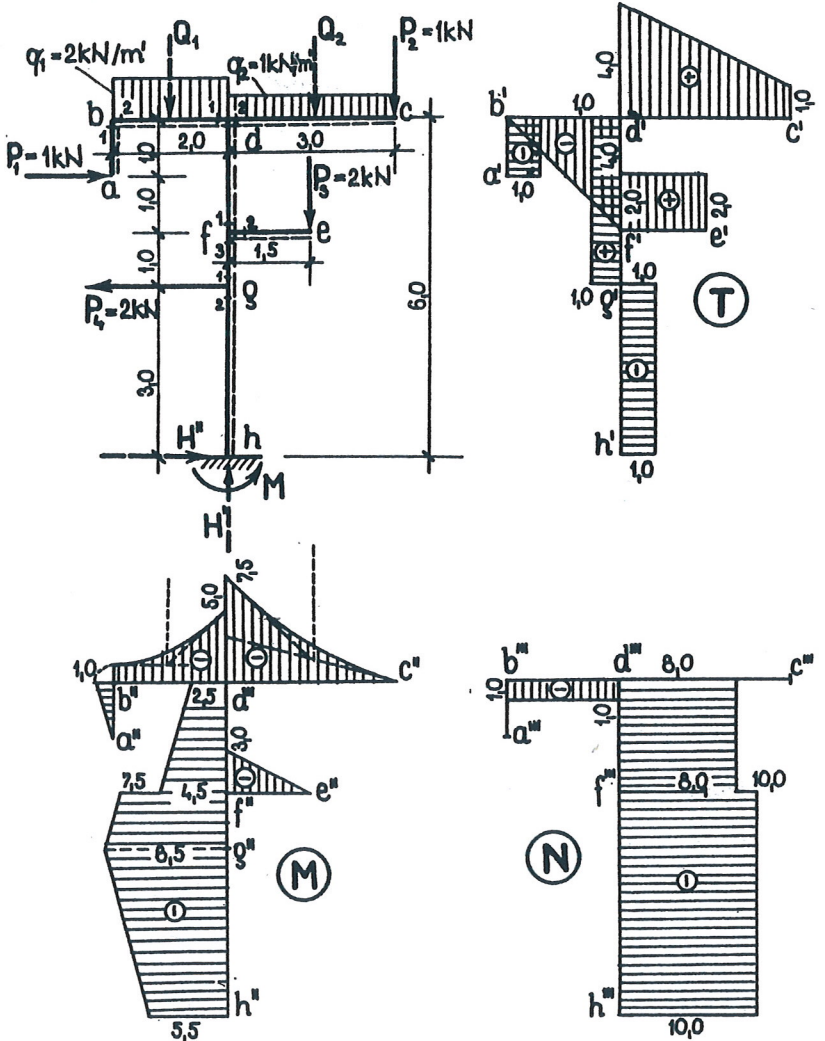
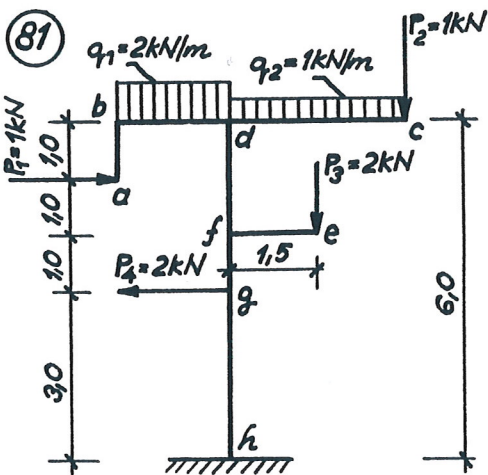
89



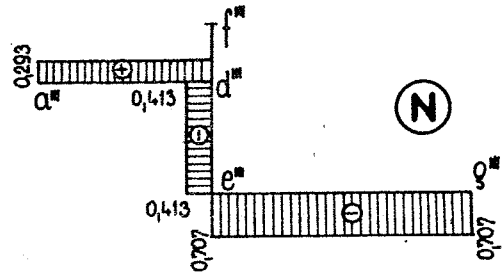
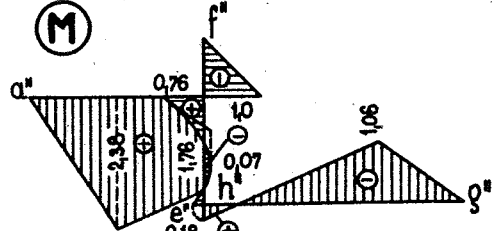
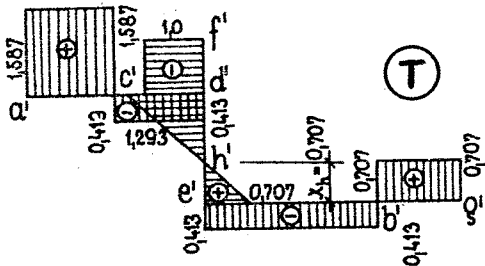
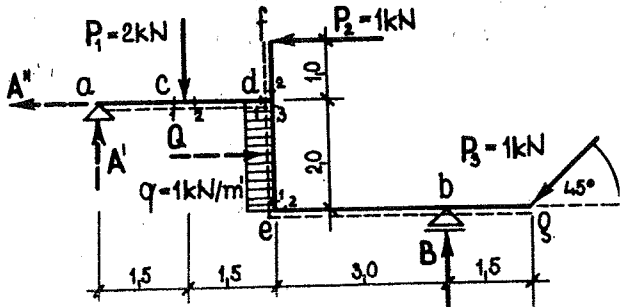
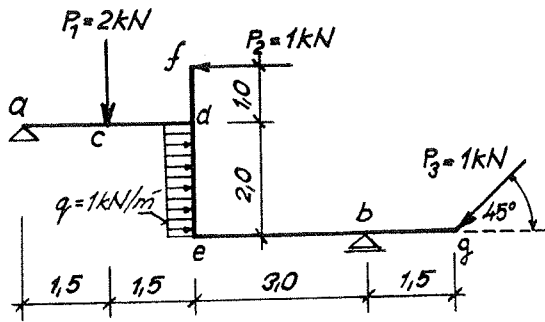
77



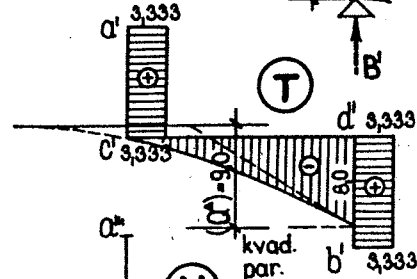
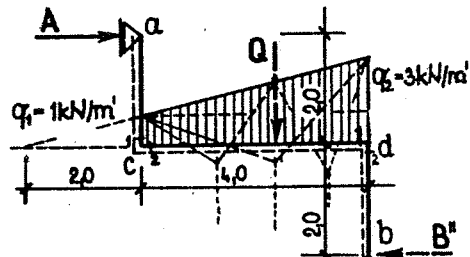
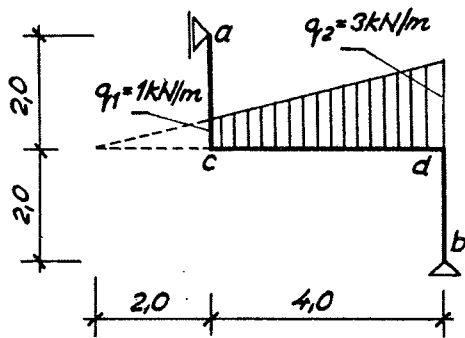
81



91



87



kvad. par.

