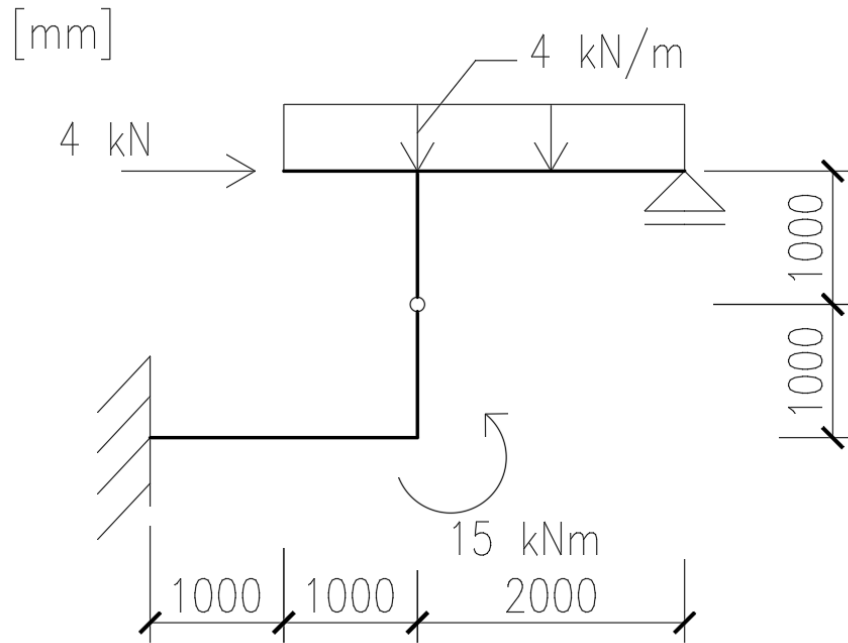


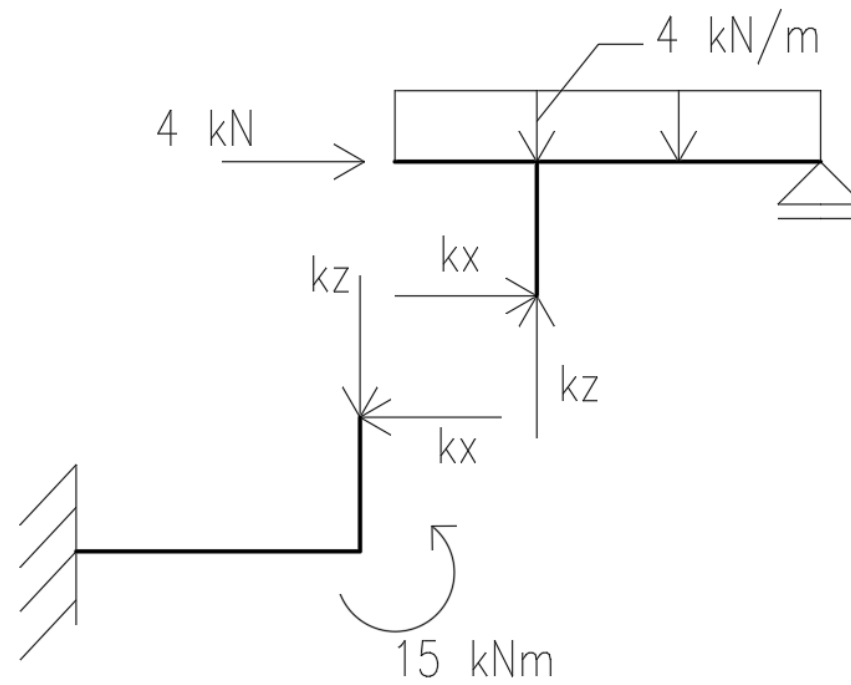
Cvičení 15

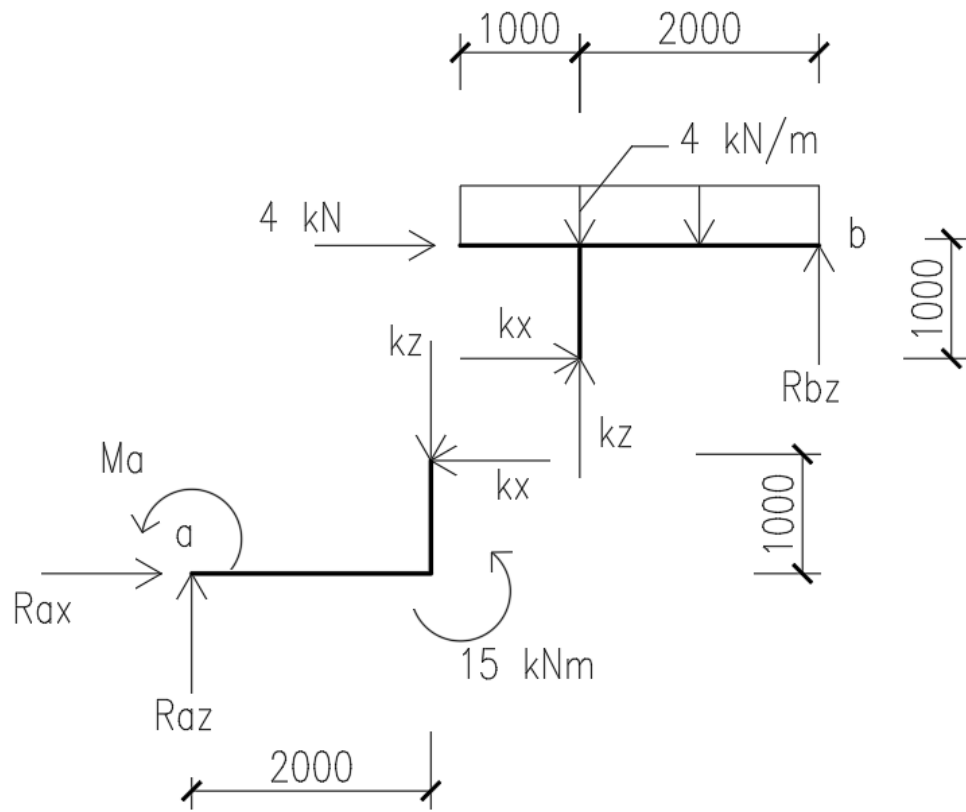
Složené nosníkové soustavy různých typů. Výpočet reakcí a diagramy
vnitřních sil a momentů

Příklad 1



- Konstrukci rozdělíme v místě kloubu na části
- V tomto případě **nejsou** pruty v jedné přímce, proto do kloubu zavedeme **předpoklady** směru sil **kz** a **kx**, síly **musí** být v rovnováze tzn. pokud na jedné části má síla směr kladný, na druhé musí být směr opačný





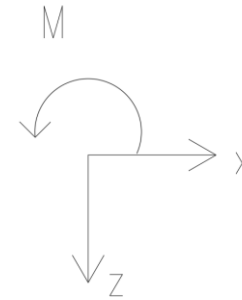
- Pro nesoucí část:

$$\sum F_{iz} = 0 \rightarrow 7 - Raz = 0 \rightarrow Raz = 7 \text{ kN} \uparrow$$

$$\sum F_{ix} = 0 \rightarrow Rax + 4 = 0 \rightarrow Rax = -4 \text{ kN} \leftarrow$$

$$\sum M_{ik} = 0 \rightarrow -7 \cdot 2 - 4 \cdot 1 + 15 + Ma = 0 \rightarrow Ma = 3 \text{ kNm}$$

- Nejprve nosník uvolníme z vazeb a ty nahradíme **předpoklady** průběhu reakcí, používáme přitom dohodnutou osovou konvenci – kladný směr je ve směru šipek



- Libovolnou kombinací silových a momentových podmínek tyto neznámé složky reakcí vypočteme

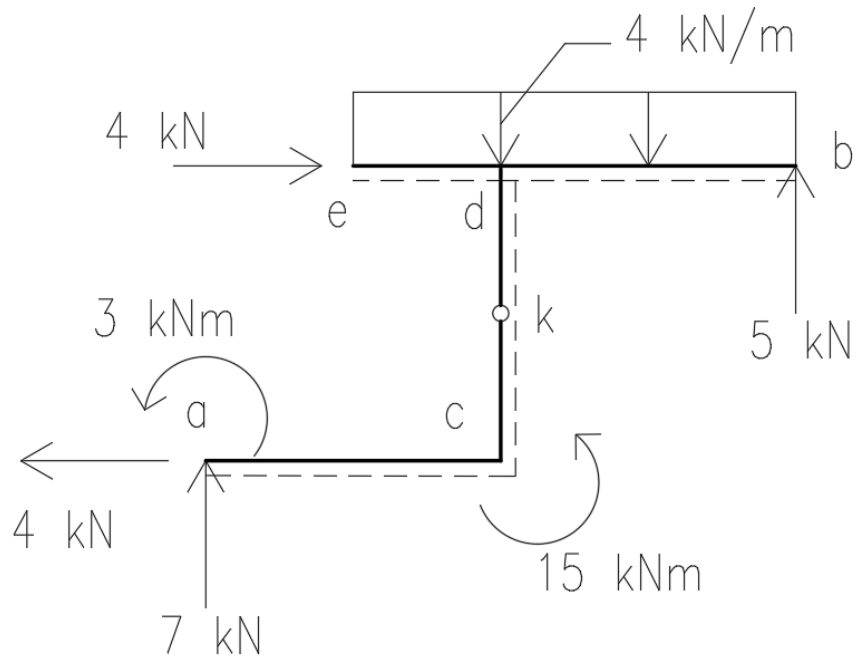
- Pro nesenou část:

$$\sum M_{ik} = 0 \rightarrow Rbz \cdot 2 - 4 \cdot 1 - 4 \cdot 3 \cdot 0,5 = 0 \rightarrow Rbz = 5 \text{ kN} \uparrow$$

$$\sum F_{ix} = 0 \rightarrow 4 + kx = 0 \rightarrow kx = -4 \text{ kN} \leftarrow$$

- Protože **předpoklad** směru reakce kx vyšel špatný – **opačný**, musí být opačná i jeho **interakce** na navazujícím prutu

$$\sum F_{iz} = 0 \rightarrow 4 \cdot 3 - 5 - kz = 0 \rightarrow kz = 7 \text{ kN} \uparrow$$



- Normálové složky účinků sil:

$$N_a^I = 0 \text{ kN}; N_a^{II} = 4 \text{ kN}$$

$$N_c^I = 4 \text{ kN}; N_c^{II} = -7 \text{ kN}$$

$$N_k^I = -7 \text{ kN}; N_k^{II} = -7 \text{ kN}$$

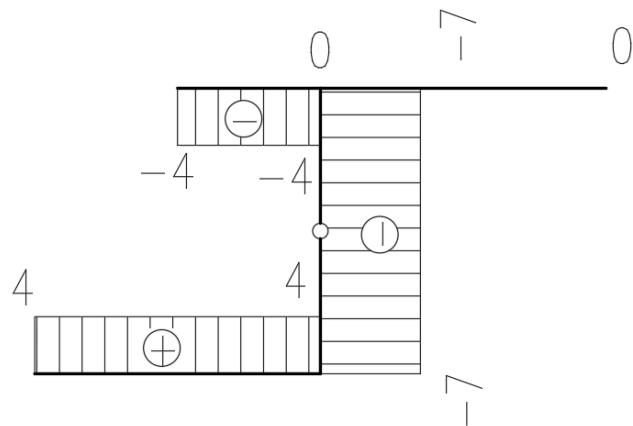
$$N_e^I = 0 \text{ kN}; N_e^{II} = -4 \text{ kN}$$

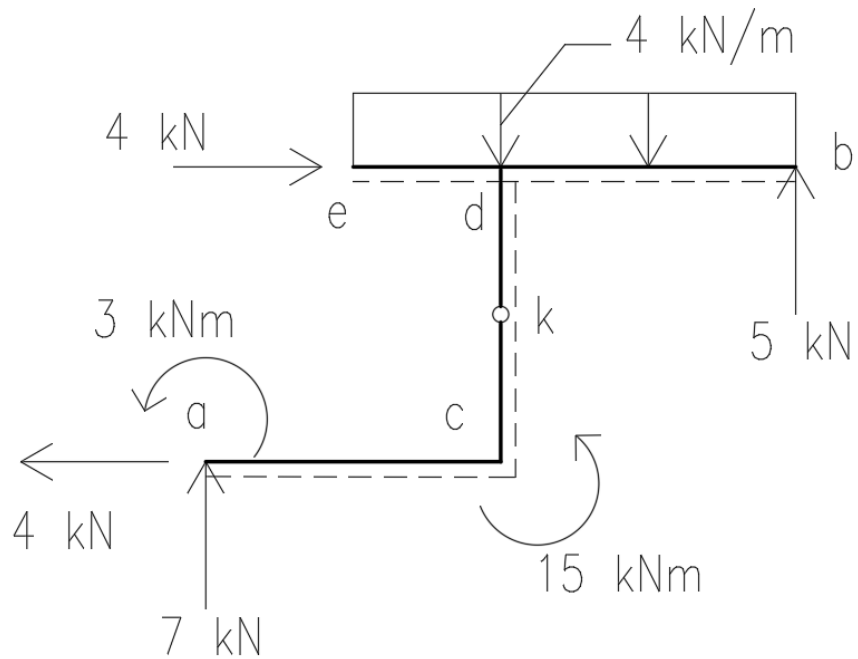
$$N_b^{II} = 0 \text{ kN}; N_b^I = 0 \text{ kN}$$

- Připomeňme, že v bodě *d* se nachází styčník, viz. cvičení 11 (rovnováha ve styčníku)

$$N_d^I = -4 \text{ kN}; N_d^{II} = 0 \text{ kN}; N_d^{III} = -7 \text{ kN}$$

(N)





- Posouvající složky účinků sil:

$$V_a^I = 0 \text{ kN}; V_a^{II} = 7 \text{ kN}$$

$$V_c^I = 7 \text{ kN}; V_c^{II} = 4 \text{ kN}$$

$$V_k^I = 4 \text{ kN}; V_k^{II} = 4 \text{ kN}$$

$$V_e^I = 0 \text{ kN}; V_e^{II} = 0 \text{ kN}$$

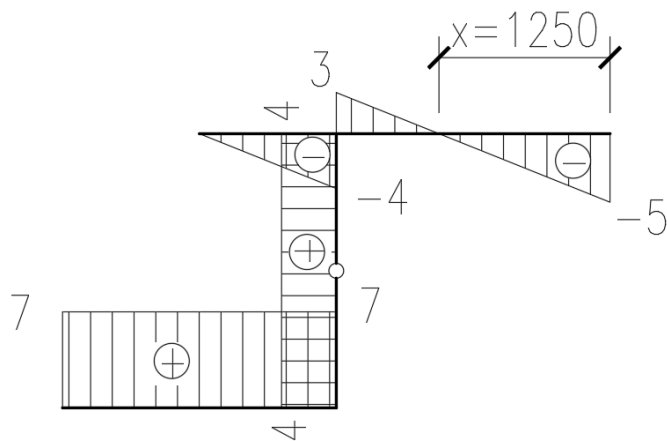
$$V_b^{II} = 0 \text{ kN}; V_b^I = -5 \text{ kN}$$

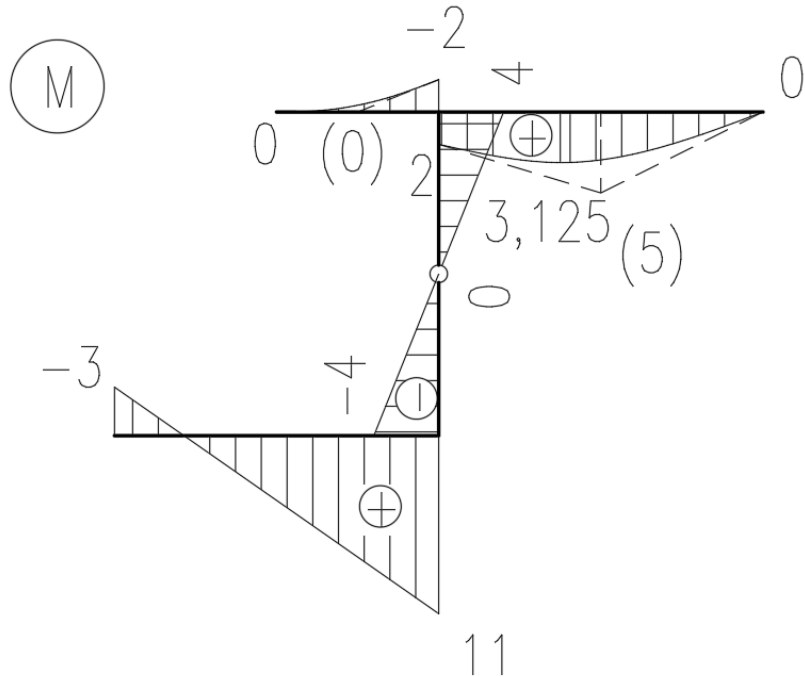
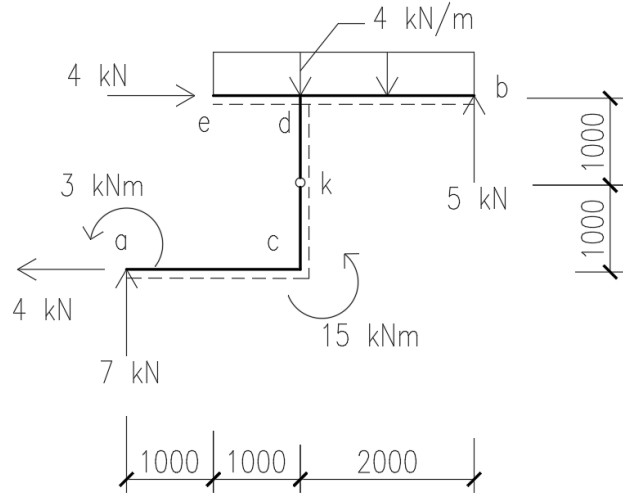
- Stejně řešíme i styčnick d

$$V_d^I = -4 \cdot 1 = -4 \text{ kN}; V_d^{II} = -5 + 4 \cdot 2 = 3 \text{ kN}; V_d^{III} = 4 \text{ kN}$$

$$\frac{x}{5} = \frac{2}{8} \rightarrow x = 1,25 \text{ m}$$

(V)





- Momentové složky účinků sil:

$$M_a^I = 0 \text{ kNm}; M_a^{II} = -3,0 \text{ kNm}$$

$$M_c^I = 7 \cdot 2 - 3 = 11 \text{ kNm}$$

$$M_c^{II} = 7 \cdot 2 - 3 - 15 = -4 \text{ kNm}$$

$$M_k^I = 7 \cdot 2 - 3 + 4 \cdot 1 - 15 = 0 \text{ kNm}$$

$$M_k^{II} = 7 \cdot 2 - 3 + 4 \cdot 1 - 15 = 0 \text{ kNm}$$

$$M_e^I = 0 \text{ kNm}; M_e^{II} = 0 \text{ kNm}$$

$$M_b^{II} = 0 \text{ kNm}; M_b^I = 0 \text{ kNm}$$

- Stejně řešíme i styčnick d

$$M_d^I = -4 \cdot \frac{1^2}{2} = -2 \text{ kNm}; M_d^{II} = 5 \cdot 2 - 4 \cdot \frac{2^2}{2} = 2 \text{ kNm}$$

$$M_d^{III} = 7 \cdot 2 - 3 + 4 \cdot 2 - 15 = 4 \text{ kNm}$$

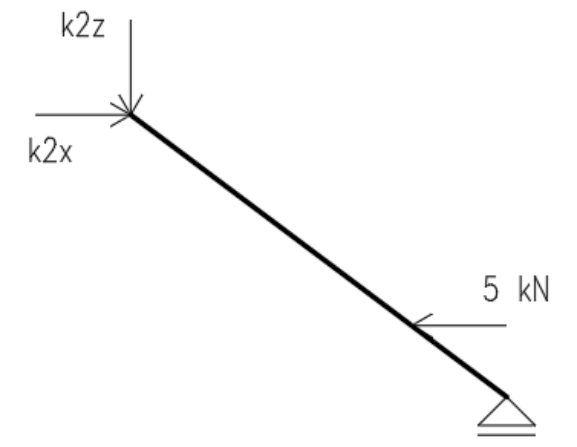
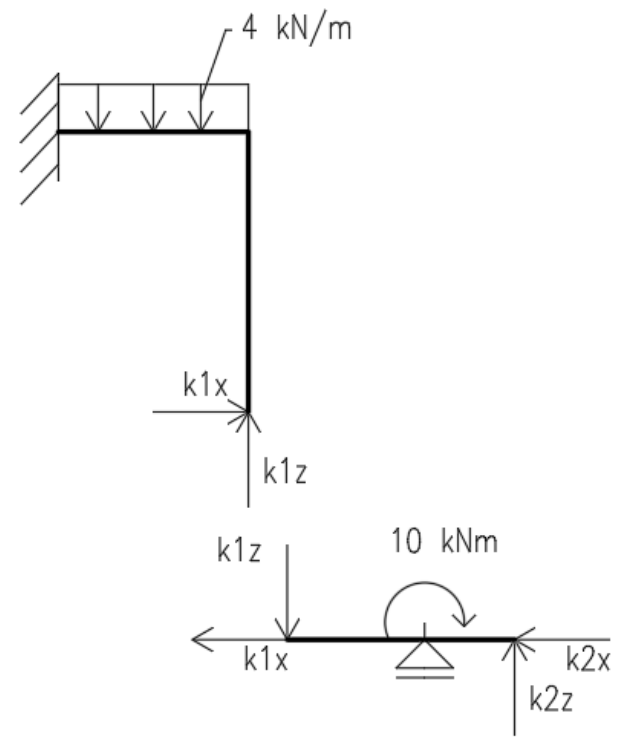
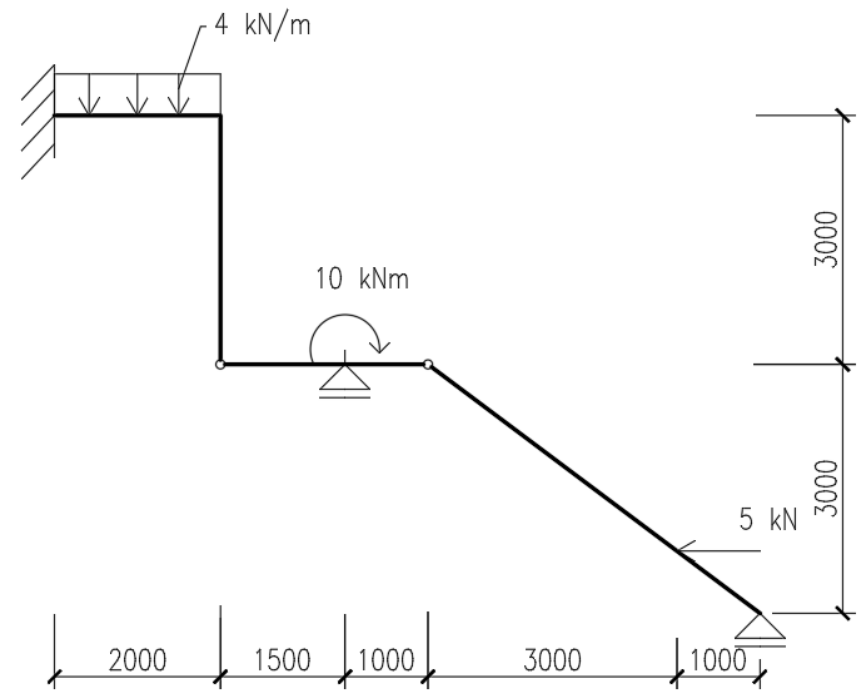
$$M_{max} = 5 \cdot 1,25 - 4 \cdot \frac{1,25^2}{2} = 3,125 \text{ kNm}$$

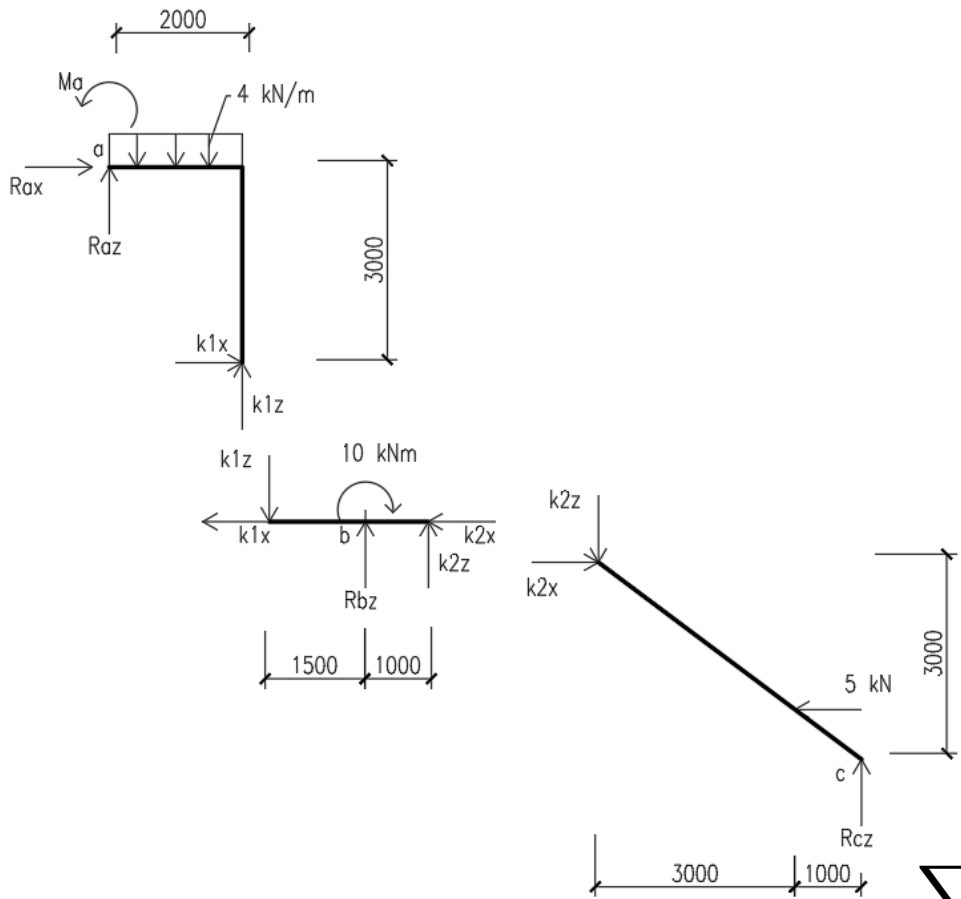
$$M_0 = 0 \text{ kNm}$$

$$M_1 = 5 \cdot 1 = 5 \text{ kNm}$$

Příklad 2

[mm]





- Zjištění kolmé vzdálenosti síly od kloubu k2 (použijeme třeba podobnost trojúhelníků)

$$\frac{y}{3} = \frac{3}{4} \rightarrow y = 2,25 \text{ m}$$

- Libovolnou kombinací silových a momentových podmínek tyto neznámé složky reakcí vypočteme

$$\sum M_{ik2} = 0 \rightarrow R_{cz} \cdot 4 - 5 \cdot 2,25 = 0 \rightarrow R_{cz} = 2,8125 \text{ kN} \uparrow$$

$$\sum F_{ix} = 0 \rightarrow k_{2x} - 5 = 0 \rightarrow k_{2x} = 5 \text{ kN} \rightarrow$$

$$\sum M_{ic} = 0 \rightarrow k_{2z} \cdot 4 - 5 \cdot 3 + 5 \cdot 0,75 = 0 \rightarrow k_{2z} = 2,8125 \text{ kN} \downarrow$$

$$\sum M_{ib} = 0 \rightarrow 2,8125 \cdot 1 - 10 + k_{1z} \cdot 1,5 = 0 \rightarrow k_{1z} = 4,7917 \text{ kN} \downarrow$$

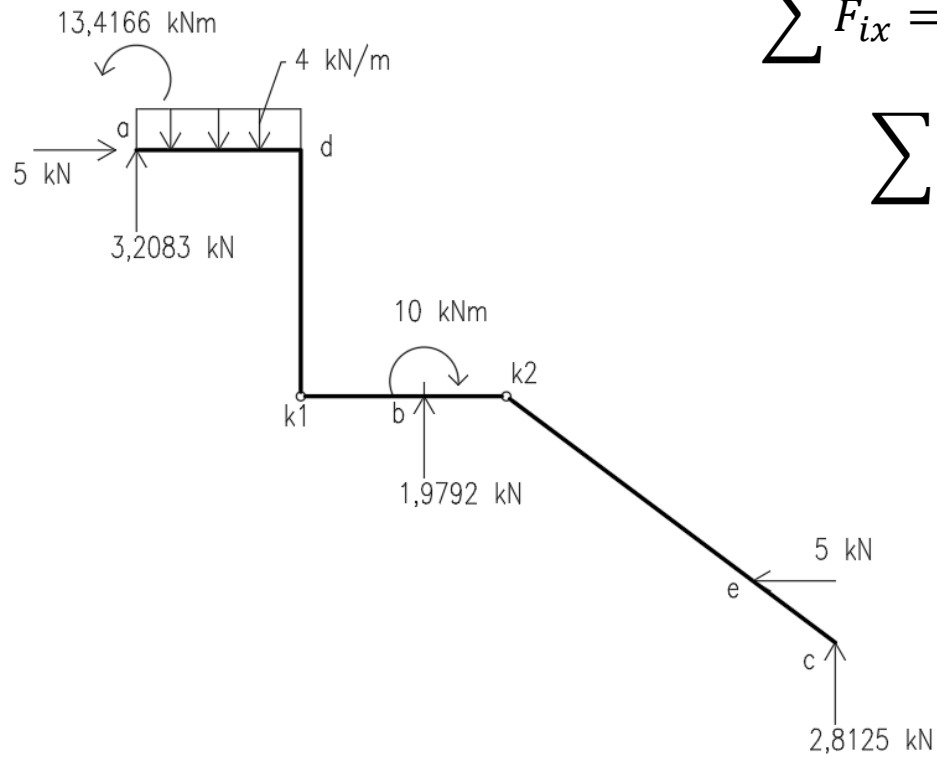
$$\sum M_{ik1} = 0 \rightarrow 2,8125 \cdot 2,5 - 10 + R_{bz} \cdot 1,5 = 0 \rightarrow R_{bz} = 1,9792 \text{ kN} \uparrow$$

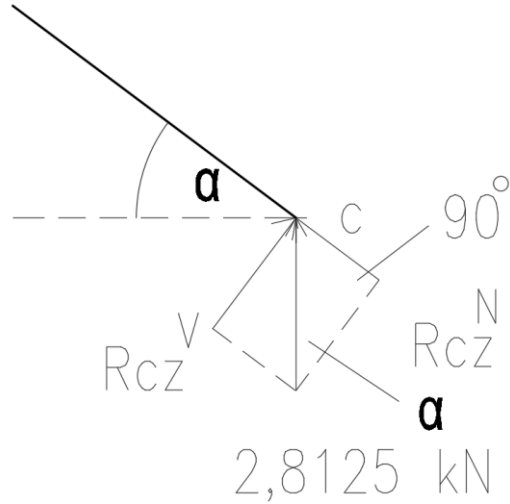
$$\sum F_{ix} = 0 \rightarrow -k_{1x} - 5 = 0 \rightarrow k_{1x} = -5 \text{ kN} \rightarrow$$

$$\sum M_{ia} = 0 \rightarrow Ma + 4,7917 \cdot 2 - 5 \cdot 3 - 4 \cdot \frac{2^2}{2} = 0 \rightarrow Ma = 13,4166 \text{ kNm}$$

$$\sum F_{ix} = 0 \rightarrow Rax - 5 = 0 \rightarrow Rax = 5 \text{ kN} \rightarrow$$

$$\sum F_{iz} = 0 \rightarrow -Raz + 4 \cdot 2 - 4,7917 = 0 \rightarrow Raz = 3,2083 \text{ kN} \uparrow$$





- Rozklad sil v bodě c

$$L = \sqrt{(3^2 + 4^2)} = 5 \text{ m}$$

$$\sin \alpha = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\cos \alpha = \frac{4}{5} = 0,8$$

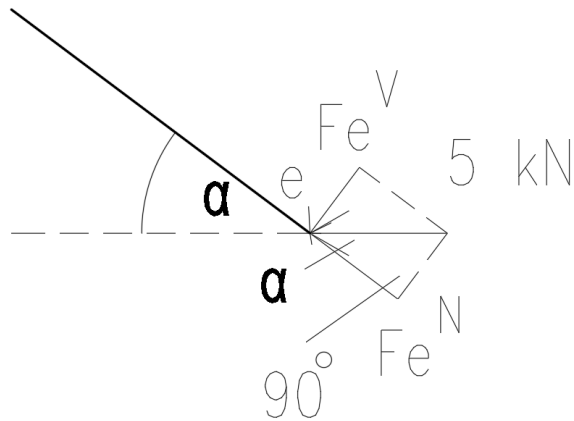
$$R_{cz}^V = 2,8125 \cdot 0,8 = 2,25 \text{ kN}$$

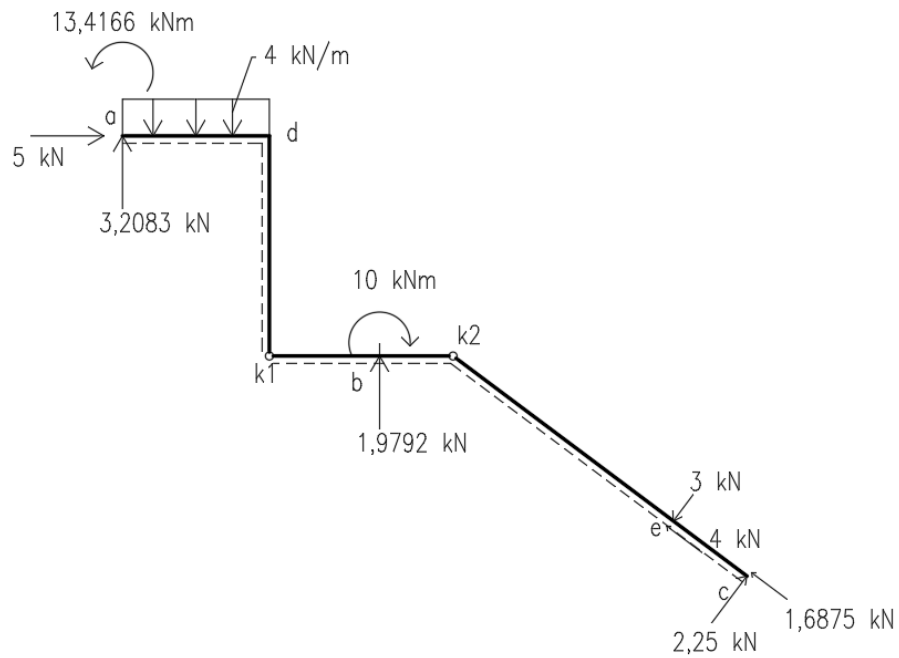
$$R_{cz}^N = 2,8125 \cdot 0,6 = 1,6875 \text{ kN}$$

- Rozklad sil v bodě e

$$F_e^V = 5 \cdot 0,6 = 3 \text{ kN}$$

$$F_e^N = 5 \cdot 0,8 = 4 \text{ kN}$$





- Normálové složky účinků sil:

$$N_c^{II} = 0 \text{ kN}; N_c^I = -1,6875 \text{ kN}$$

$$N_e^{II} = -1,6875 = -1,6875 \text{ kN}; N_e^I = -1,6875 - 4 = -5,6875 \text{ kN}$$

$$N_{k2}^{II} = -1,6875 - 4 = -5,6875 \text{ kN}$$

$$N_a^I = 0 \text{ kN}; N_a^{II} = -5 \text{ kN}$$

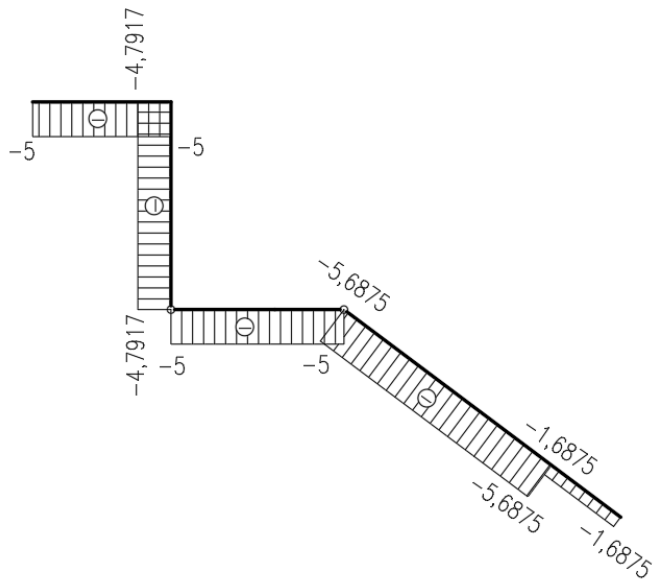
$$N_d^I = -5 \text{ kN}; N_d^{II} = 3,2083 - 4 \cdot 2 = -4,7917 \text{ kN}$$

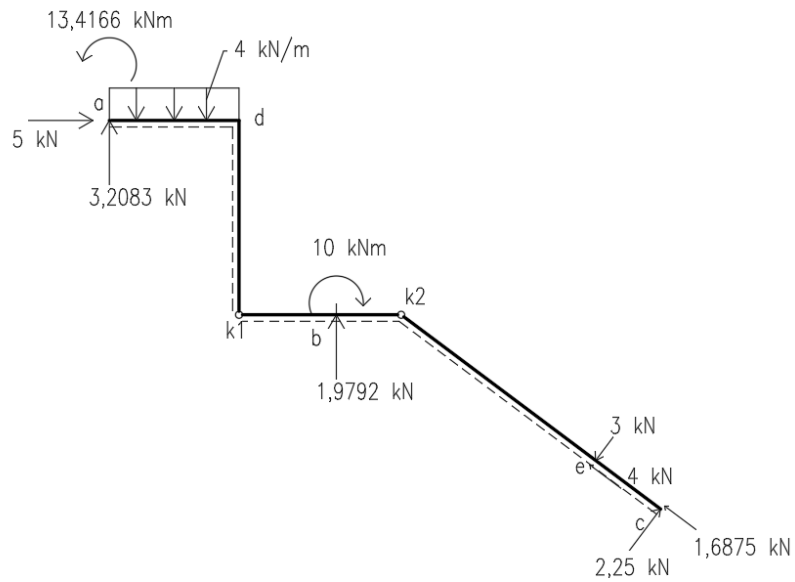
$$N_{k1}^I = 3,2083 - 4 \cdot 2 = -4,7917 \text{ kN}; N_{k1}^{II} = -5 \text{ kN}$$

$$N_b^I = -5 \text{ kN}; N_b^{II} = -5 \text{ kN}$$

$$N_{k2}^I = -5 \text{ kN}$$

(N)





- Posouvající složky účinků sil:

$$V_c^{II} = 0 \text{ kN}; V_c^I = -2,25 \text{ kN}$$

$$V_e^{II} = -2,25 \text{ kN}; V_e^I = -2,25 + 3 = 0,75 \text{ kN}$$

$$V_{k2}^{II} = -2,25 + 3 = 0,75 \text{ kN}$$

$$V_a^I = 0 \text{ kN}; V_a^{II} = 3,2083 \text{ kN}$$

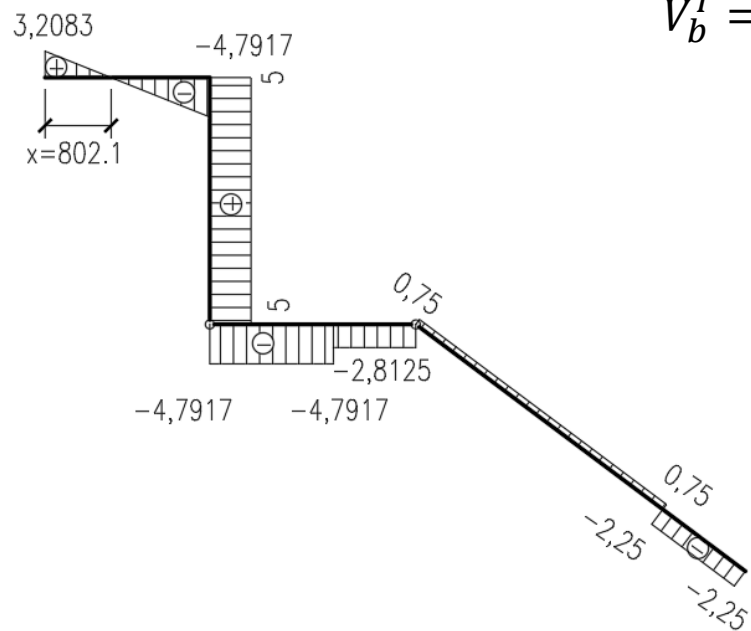
$$V_d^I = 3,2083 - 4 \cdot 2 = -4,7917 \text{ kN}; V_d^{II} = 5 \text{ kN}$$

$$V_{k1}^I = 5 \text{ kN}; V_{k1}^{II} = 3,2083 - 4 \cdot 2 = -4,7917 \text{ kN}$$

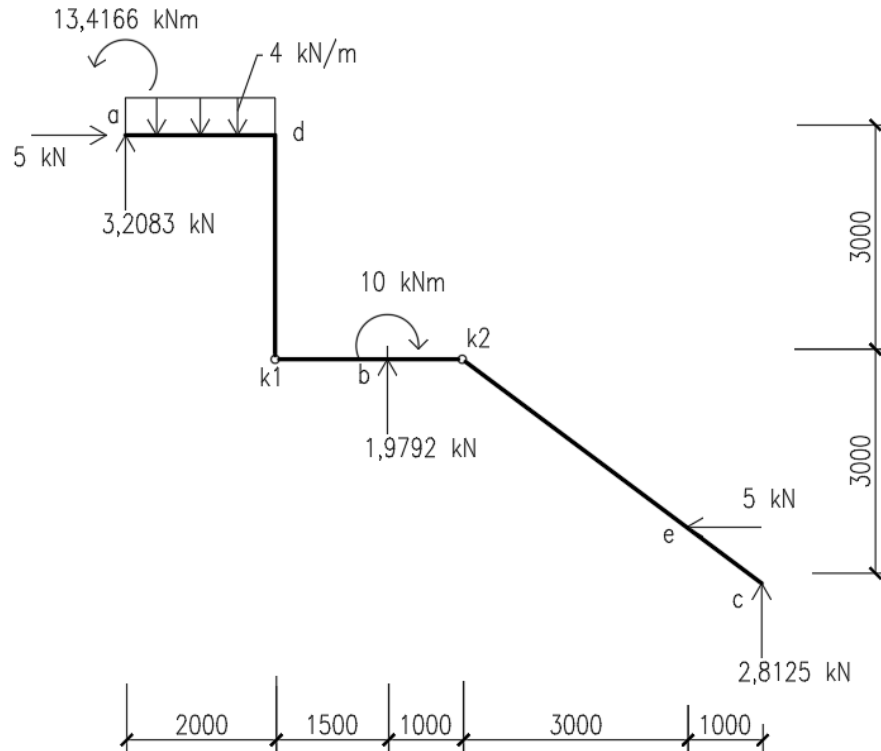
$$V_b^I = 3,2083 - 4 \cdot 2 = -4,7917 \text{ kN}; V_b^{II} = 3,2083 - 4 \cdot 2 + 1,9792 = -2,8125 \text{ kN}$$

$$V_{k2}^I = 3,2083 - 4 \cdot 2 + 1,9792 = -2,8125 \text{ kN}$$

Ⓟ



$$\frac{x}{3,2083} = \frac{2}{8} \rightarrow x = 0,8021 \text{ m}$$



- Momentové složky účinků sil:

$$M_a^I = 0 \text{ kNm}; M_a^{II} = -13,4166 \text{ kNm}$$

$$M_d^I = -13,4166 + 3,2083 \cdot 2 - 4 \cdot \frac{2^2}{2} = -15 \text{ kNm}$$

$$M_d^{II} = -13,4166 + 3,2083 \cdot 2 - 4 \cdot \frac{2^2}{2} = -15 \text{ kNm}$$

$$M_{k1}^I = -13,4166 + 3,2083 \cdot 2 - 4 \cdot \frac{2^2}{2} + 5 \cdot 3 = 0 \text{ kNm}$$

$$M_{k1}^{II} = -13,4166 + 3,2083 \cdot 2 - 4 \cdot \frac{2^2}{2} + 5 \cdot 3 = 0 \text{ kNm}$$

$$M_b^I = -4,7917 \cdot 1,5 = -7,1876 \text{ kNm}$$

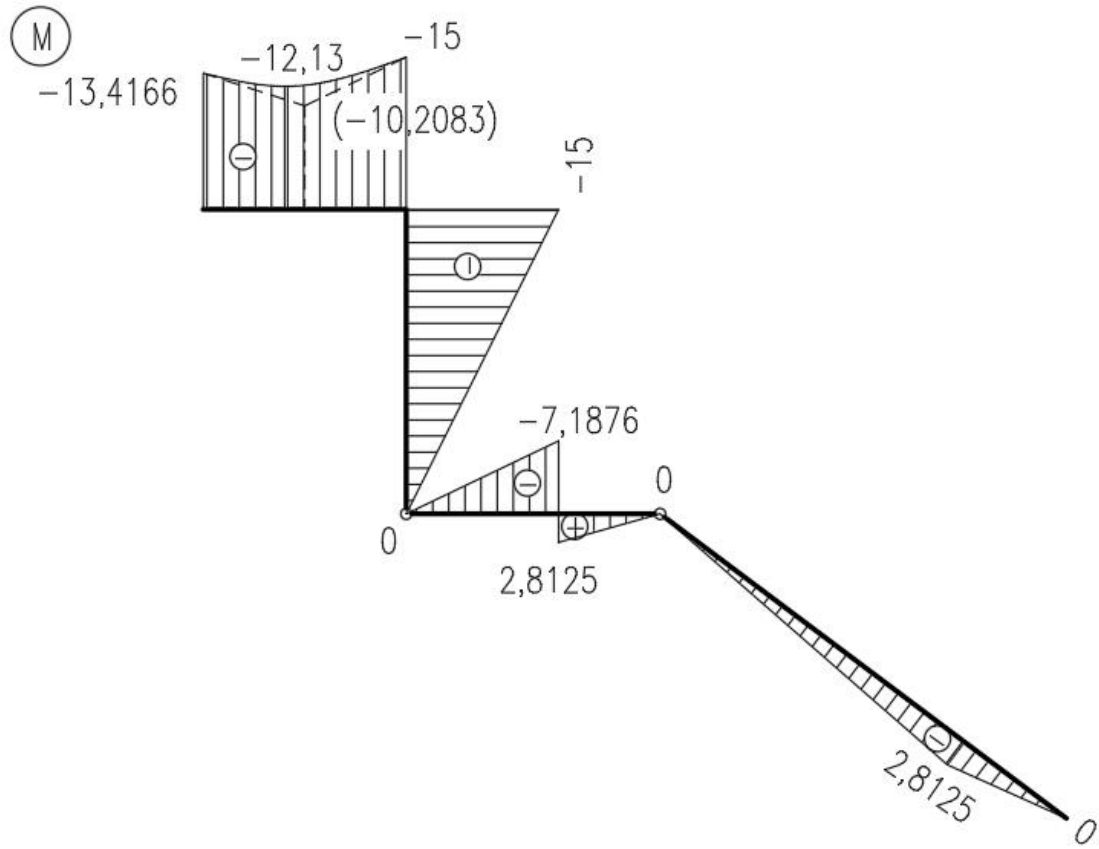
$$M_b^{II} = -4,7917 \cdot 1,5 + 10 = 2,8125 \text{ kNm}$$

$$M_{k2}^I = -4,7917 \cdot 2,5 + 10 + 1,9792 \cdot 1 = 0,00005 \text{ kNm} \approx 0 \text{ kNm}$$

$$M_{k2}^{II} = -4,7917 \cdot 2,5 + 10 + 1,9792 \cdot 1 = 0,00005 \text{ kNm} \approx 0 \text{ kNm}$$

$$M_e^I = 5 \cdot 2,25 - 2,8125 \cdot 3 = 2,8125 \text{ kNm}$$

$$M_e^{II} = 5 \cdot 2,25 - 2,8125 \cdot 3 = 2,8125 \text{ kNm}$$



$$M_c^I = 5 \cdot 3 - 2,8125 \cdot 4 - 5 \cdot 0,75 = 0 \text{ kNm}$$

$$M_c^{II} = 5 \cdot 3 - 2,8125 \cdot 4 - 5 \cdot 0,75 = 0 \text{ kNm}$$

$$M_{max} = 3,2083 \cdot 0,8021 - 13,4166 - 4 \cdot \frac{0,8021^2}{2}$$

$$= -12,13 \text{ kNm}$$

$$M_0 = 3,2083 \cdot 1 - 13,4166$$

$$= -10,2083 \text{ kNm}$$