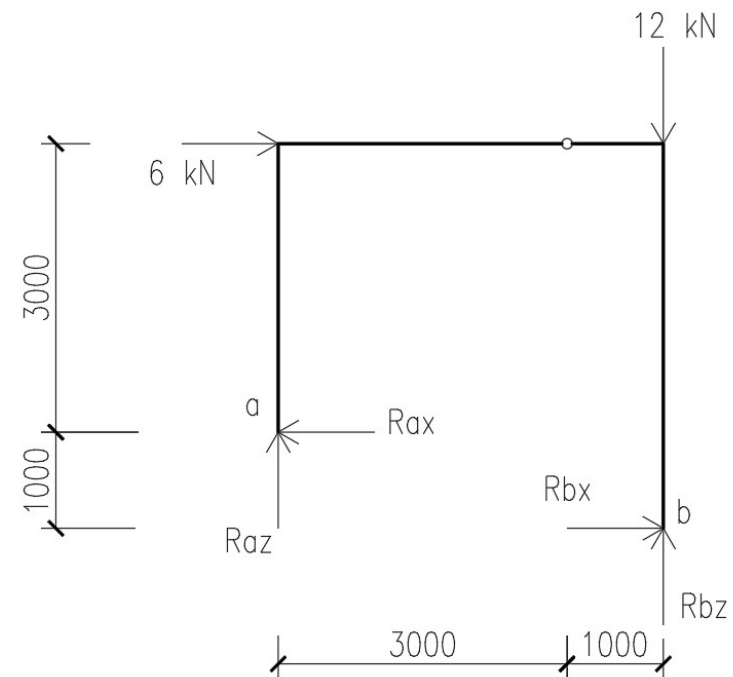
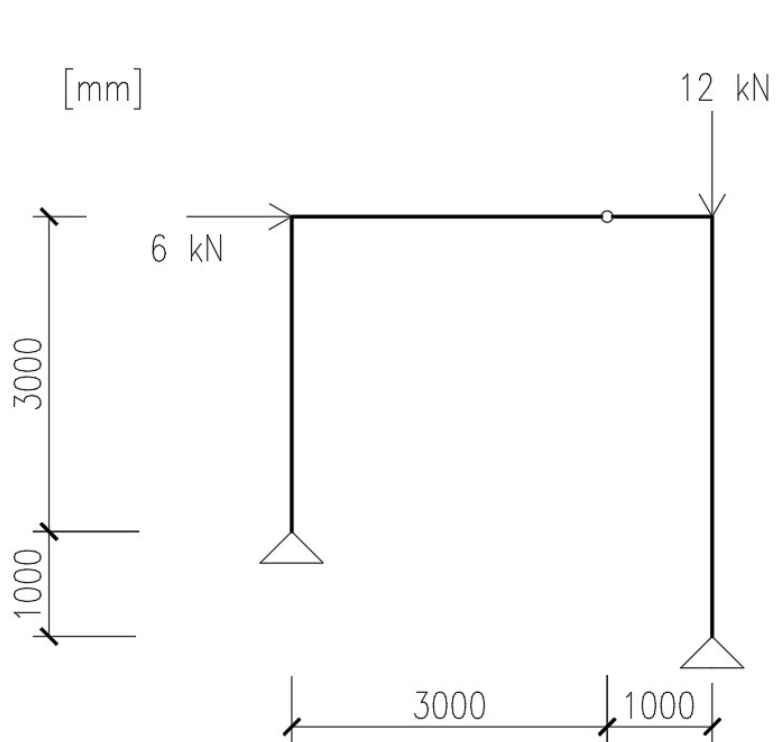


# Cvičení 13

Trojkloubový lomený nosník s táhlem a bez táhla, reakce a diagramy vnitřních sil a momentů.

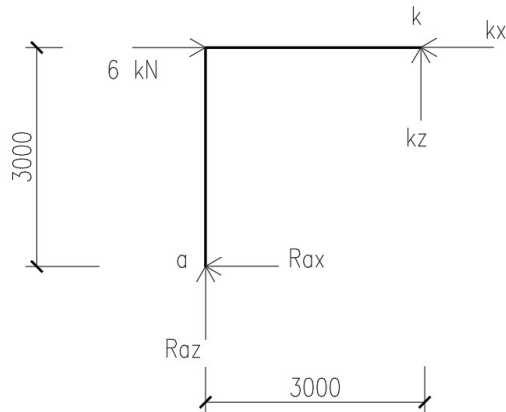
## Příklad 1



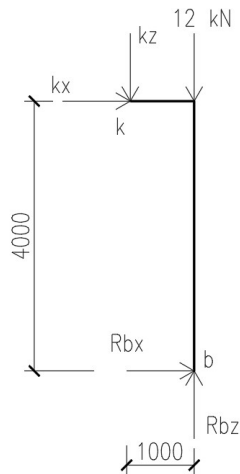
- Nejprve nosník uvolníme z vazeb a ty nahradíme **předpoklady** průběhu reakcí, používáme přitom dohodnutou osovou konvenci – kladný směr je ve směru šipek

- **Kloub** nepřenáší momentové účinky, proto  $M_k=0$
- Úlohu rozdělíme v místě kloubu na dvě části a odebrané vazby nahradíme předpoklady reakcí

- Část I:



- Část II:



- Libovolnou kombinací silových a momentových podmínek tyto neznámé složky reakcí zapíšeme

$$\sum M_{ik} = 0 \rightarrow -Raz \cdot 3 - Rax \cdot 3 = 0$$

$$\sum M_{ib} = 0 \rightarrow -Raz \cdot 4 + Rax \cdot 1 - 6 \cdot 4 = 0$$

- Vzniknou tak **dvě** rovnice o **dvou** neznámých, které pomocí **sčítací** nebo **dosazovací** metody vypočteme:

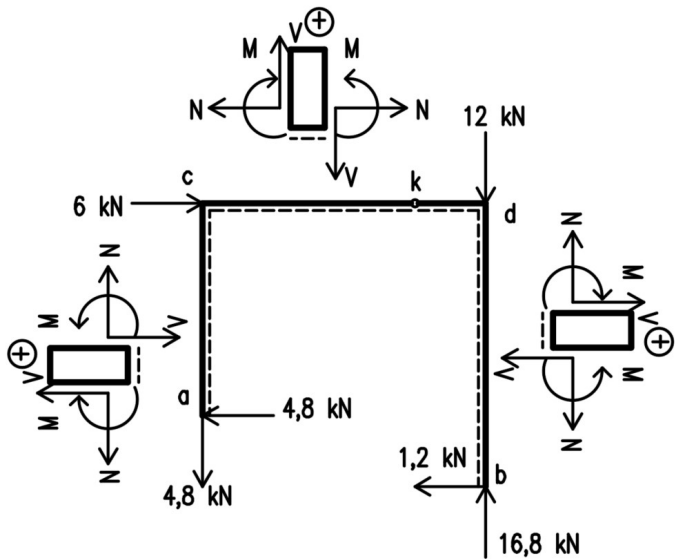
$$Raz = -4,8 \text{ kN} \downarrow \quad Rax = 4,8 \text{ kN} \leftarrow$$

- Obdobně vyřešíme neznámé složky reakcí za pomoci druhé části

$$\sum M_{ik} = 0 \rightarrow Rbz \cdot 1 + Rbx \cdot 4 - 12 \cdot 1 = 0$$

$$\sum M_{ia} = 0 \rightarrow Rbz \cdot 4 + Rbx \cdot 1 - 12 \cdot 4 - 6 \cdot 3 = 0$$

$$Rbz = 16,8 \text{ kN} \uparrow \quad Rbx = -1,2 \text{ kN} \leftarrow$$



- Normálové složky účinků sil:

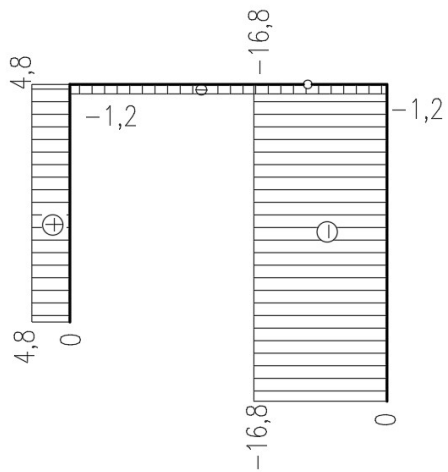
$$N_a^I = 0 \text{ kN}; N_a^{II} = 4,8 \text{ kN}$$

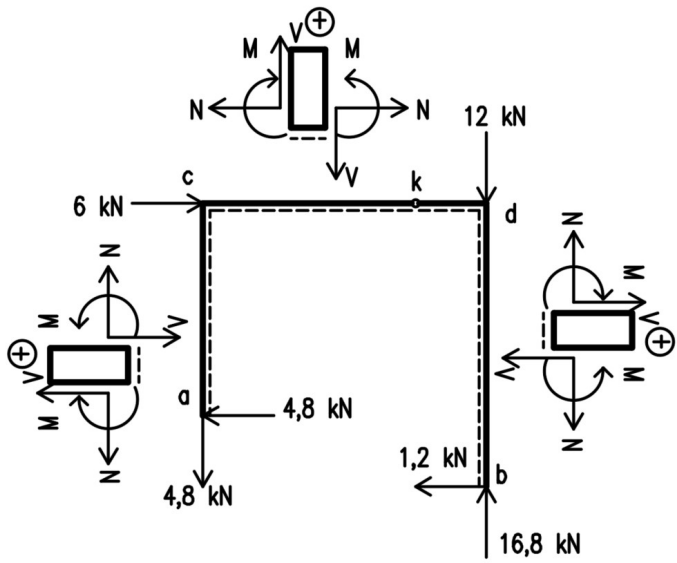
$$N_c^I = 4,8 \text{ kN}; N_c^{II} = +4,8 - 6 = -1,2 \text{ kN}$$

$$N_d^I = 4,8 - 6 = -1,2 \text{ kN}; N_d^{II} = -4,8 - 12 = -16,8 \text{ kN}$$

$$N_b^I = -4,8 - 12 = -16,8 \text{ kN}; N_b^{II} = -4,8 - 12 + 16,8 = 0 \text{ kN}$$

(N)





- Posouvající složky účinků sil:

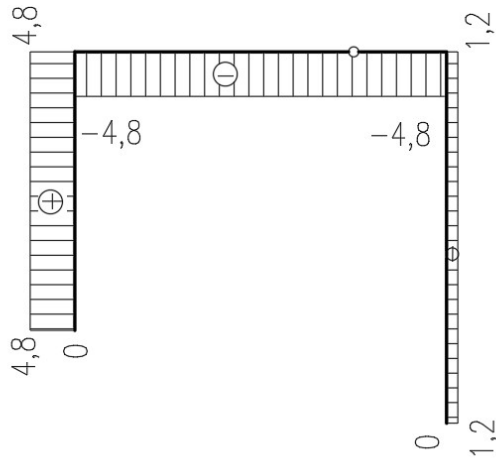
$$V_a^I = 0 \text{ kN}; V_a^{II} = 4,8 \text{ kN}$$

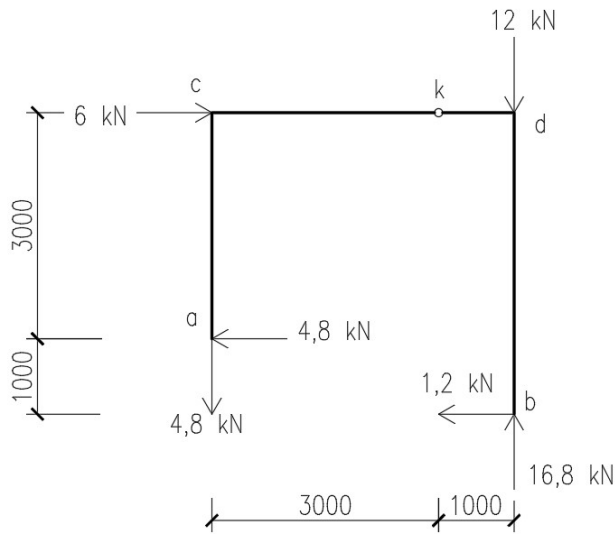
$$V_c^I = 4,8 \text{ kN}; V_c^{II} = -4,8 \text{ kN}$$

$$V_d^I = -4,8 \text{ kN}; V_d^{II} = -4,8 + 6 = 1,2 \text{ kN}$$

$$V_b^I = -4,8 + 6 = 1,2 \text{ kN}; V_b^{II} = -4,8 + 6 - 1,2 = 0 \text{ kN}$$

(V)





- Momentové složky účinků sil:

$$M_a^I = 0 \text{ kNm}; M_a^{II} = 0 \text{ kNm}$$

$$M_c^I = 4,8 \cdot 3 = 14,4 \text{ kNm}; M_c^{II} = 4,8 \cdot 3 = 14,4 \text{ kNm}$$

$$M_d^I = 4,8 \cdot 4 - 4,8 \cdot 3 = 4,8 \text{ kNm}; M_d^{II} = 4,8 \cdot 4 - 4,8 \cdot 3 = 4,8 \text{ kNm}$$

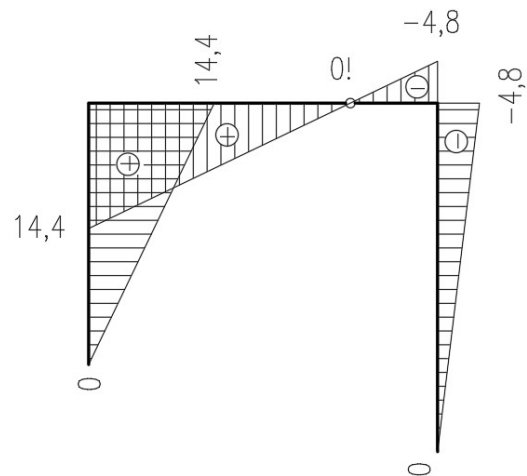
$$M_b^I = -4,8 \cdot 1 - 4,8 \cdot 4 + 6 \cdot 4 = 0 \text{ kNm}$$

$$M_b^{II} = -4,8 \cdot 1 - 4,8 \cdot 4 + 6 \cdot 4 = 0 \text{ kNm}$$

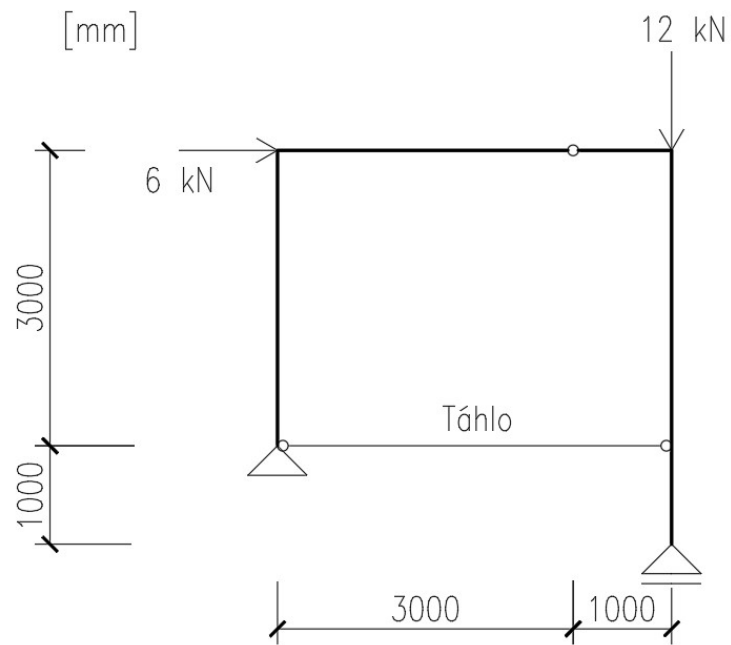
- Pro kontrolu ověříme, že moment v místě kloubu je skutečně 0

$$M_k^I = -4,8 \cdot 3 + 4,8 \cdot 3 = 0 \text{ kNm}$$

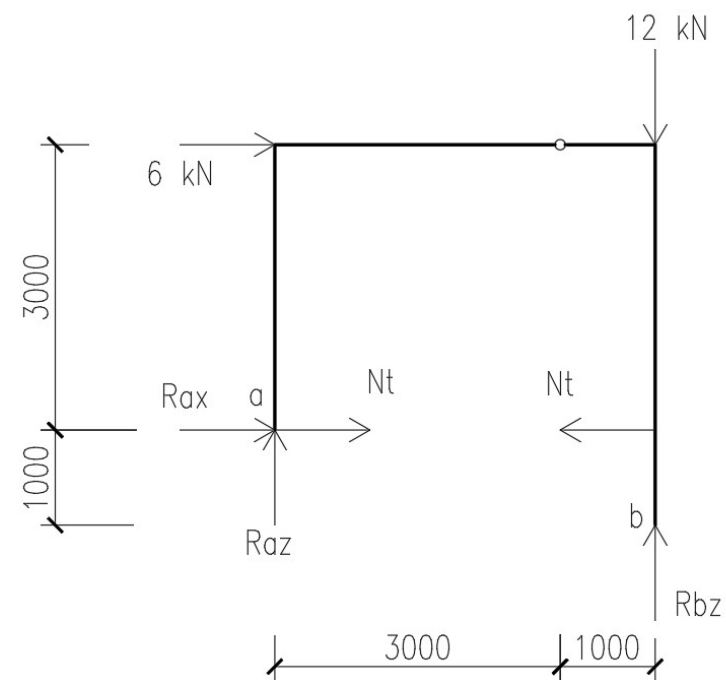
(M)

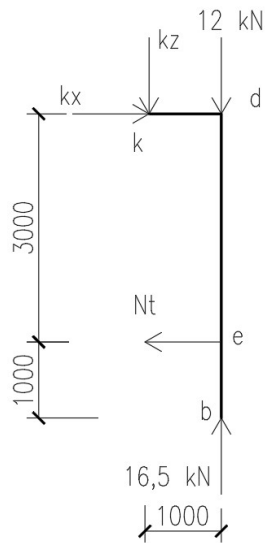
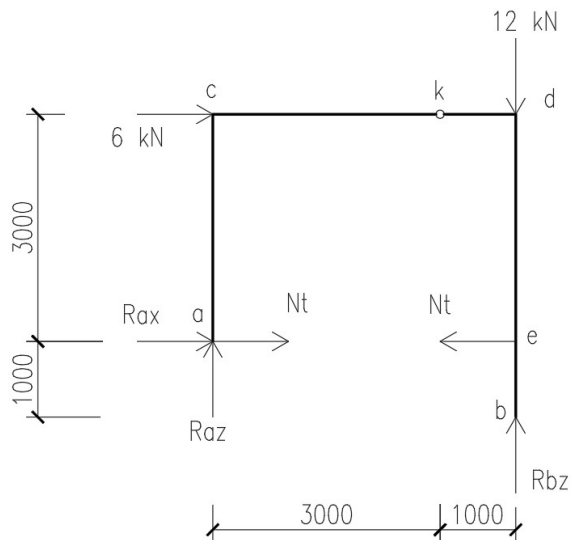


## Příklad 2



- Nejprve nosník uvolníme z vazeb a ty nahradíme **předpoklady** průběhu reakcí, používáme přitom dohodnutou osovou konvenci – kladný směr je ve směru šipek
- Táhlo je vlastně případem **kyvného prutu**, přenáší jenom osové účinky konstrukce a uvolněním ho nahradíme složkou síly **Nt**





- Libovolnou kombinací silových a momentových podmínek tyto neznámé složky reakcí vypočteme

$$\sum M_{ie} = 0 \rightarrow -R_{az} \cdot 4 - 6 \cdot 3 = 0 \rightarrow R_{az} = -4,5 \text{ kN} \downarrow$$

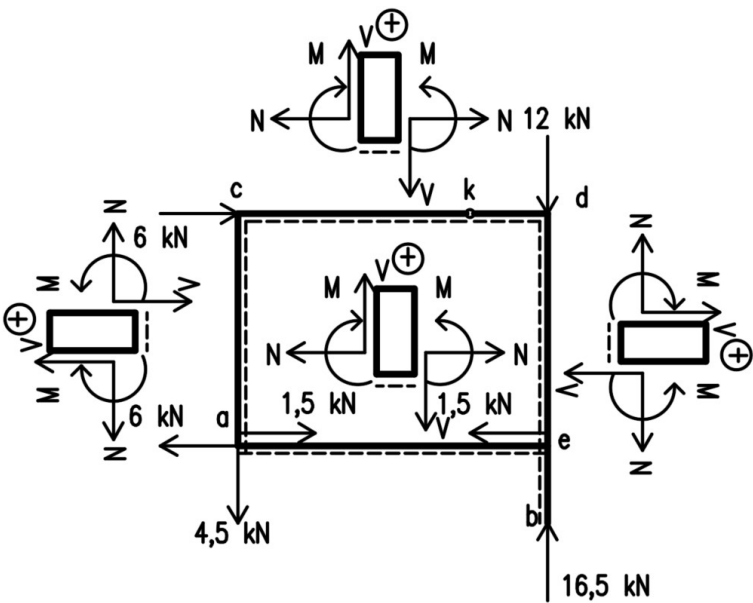
$$\sum M_{ia} = 0 \rightarrow R_{bz} \cdot 4 - 12 \cdot 4 - 6 \cdot 3 = 0 \rightarrow R_{bz} = 16,5 \text{ kN} \uparrow$$

$$\sum M_{ib} = 0 \rightarrow -R_{ax} \cdot 1 + 4,5 \cdot 4 - 6 \cdot 4 = 0 \rightarrow R_{ax} = -6 \text{ kN} \leftarrow$$

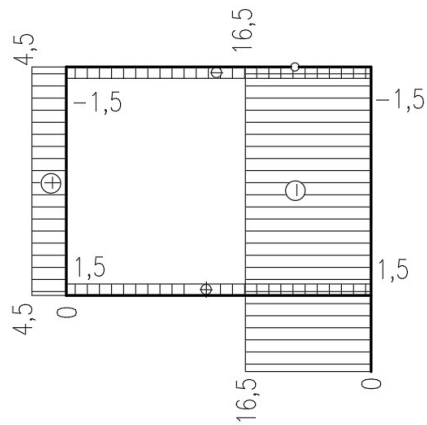
- Úlohu rozdělíme v místě kloubu na dvě části, pro výpočet  $N_t$  stačí řešit jen jednu z nich

$$\sum M_{ik} = 0 \rightarrow 16,5 \cdot 1 - N_t \cdot 3 - 12 \cdot 1 = 0 \rightarrow N_t = 1,5 \text{ kN} \leftarrow$$





(N)



- Normálové složky účinků sil:

$$N_a^I = 0 \text{ kN}; N_a^{II} = 4,5 \text{ kN}$$

$$N_c^I = 4,5 \text{ kN}; N_c^{II} = 6 - 1,5 - 6 = -1,5 \text{ kN}$$

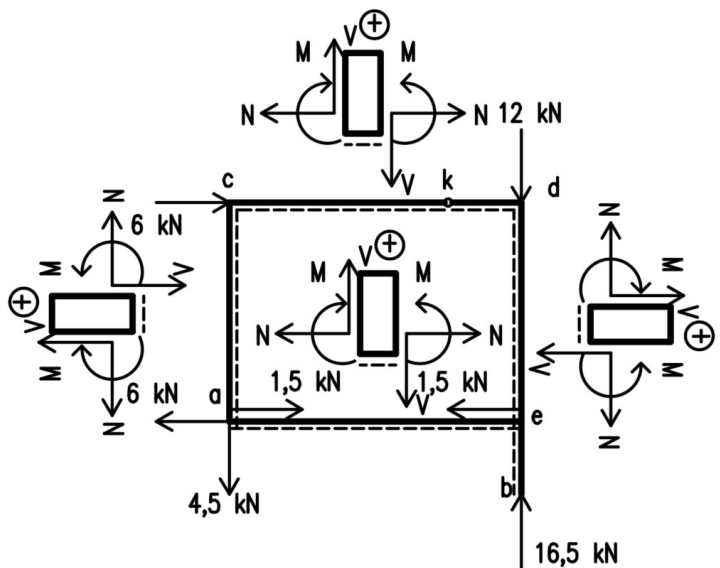
$$N_d^{II} = 6 - 1,5 - 6 = -1,5 \text{ kN}; N_d^I = -4,5 - 12 = -16,5 \text{ kN}$$

$$N_e^I = -4,5 - 12 = -16,5 \text{ kN}; N_e^{II} = -4,5 - 12 = -16,5 \text{ kN}$$

$$N_b^I = -4,5 - 12 = -16,5 \text{ kN}; N_b^{II} = -4,5 - 12 + 16,5 = 0 \text{ kN}$$

- Síly v táhle – prut a-e, jsou v interakci s konstrukcí tzn. pokud síly  $N_t$  působí proti sobě jedná se skutečně o případ **táhla** (prut je tažen – **kladné** hodnoty normálových sil) v opačném případě mluvíme o **vzpěře** (prut je tlačěn – **záporné** hodnoty normálových sil)
- Za předpokladu že prut a-e přerušíme, můžeme bod a i e řešit jako styčník viz. Cvičení 9

$$N_a^{III} = 1,5 \text{ kN}; N_e^{III} = 1,5 \text{ kN}$$



- Posouvající složky účinků sil:

$$V_a^I = 0 \text{ kN}; V_a^{II} = 6 - 1,5 = 4,5 \text{ kN}$$

$$V_c^I = 6 - 1,5 = 4,5 \text{ kN}; V_c^{II} = -4,8 \text{ kN}$$

$$V_d^I = -4,8 \text{ kN}; V_d^{II} = -6 + 1,5 + 6 = 1,5 \text{ kN}$$

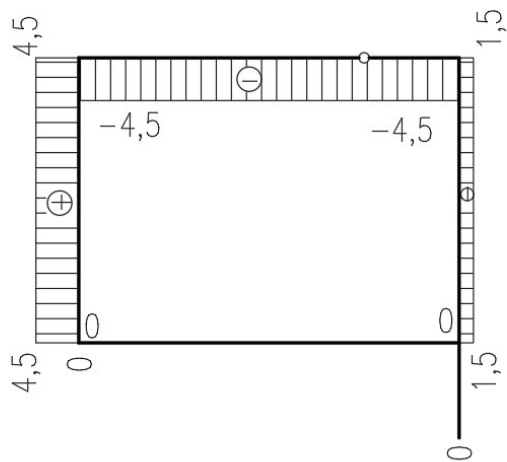
$$V_e^I = -6 + 1,5 + 6 = 1,5 \text{ kN}; V_e^{II} = -6 + 1,5 + 6 - 1,5 = 0 \text{ kN}$$

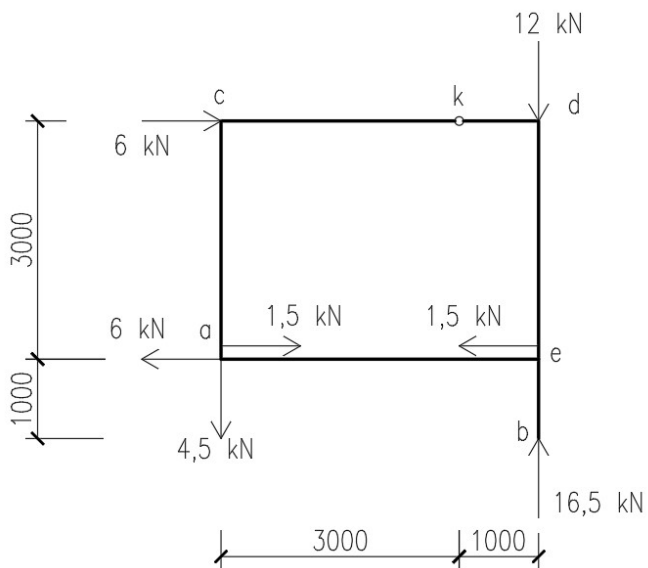
$$V_b^I = -6 + 1,5 + 6 - 1,5 = 0 \text{ kN}; V_b^{II} = -6 + 1,5 + 6 - 1,5 = 0 \text{ kN}$$

- Za předpokladu že prut a-e přerušíme, můžeme bod a i e řešit jako styčník viz. Cvičení 9

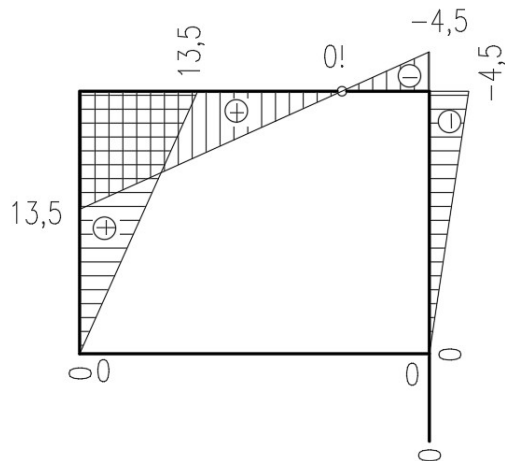
$$V_a^{III} = 0 \text{ kN}; V_e^{III} = 0 \text{ kN}$$

(V)





(M)



- Momentové složky účinků sil:

$$M_a^I = 0 \text{ kNm}; M_a^{II} = 0 \text{ kNm}$$

$$M_c^I = 6 \cdot 3 - 1,5 \cdot 3 = 13,5 \text{ kNm}; M_c^{II} = 6 \cdot 3 - 1,5 \cdot 3 = 13,5 \text{ kNm}$$

$$M_d^I = -4,5 \cdot 4 + 6 \cdot 3 - 1,5 \cdot 3 = -4,5 \text{ kNm}$$

$$M_d^{II} = -4,5 \cdot 4 + 6 \cdot 3 - 1,5 \cdot 3 = -4,5 \text{ kNm}$$

$$M_e^I = -4,5 \cdot 4 + 6 \cdot 3 = 0 \text{ kNm}$$

$$M_e^{II} = -4,5 \cdot 4 + 6 \cdot 3 = 0 \text{ kNm}$$

$$M_b^I = -4,5 \cdot 4 + 6 \cdot 4 - 6 \cdot 1 + 1,5 \cdot 1 - 1,5 \cdot 1 = 0 \text{ kNm}$$

$$M_b^{II} = -4,5 \cdot 4 + 6 \cdot 4 - 6 \cdot 1 + 1,5 \cdot 1 - 1,5 \cdot 1 = 0 \text{ kNm}$$

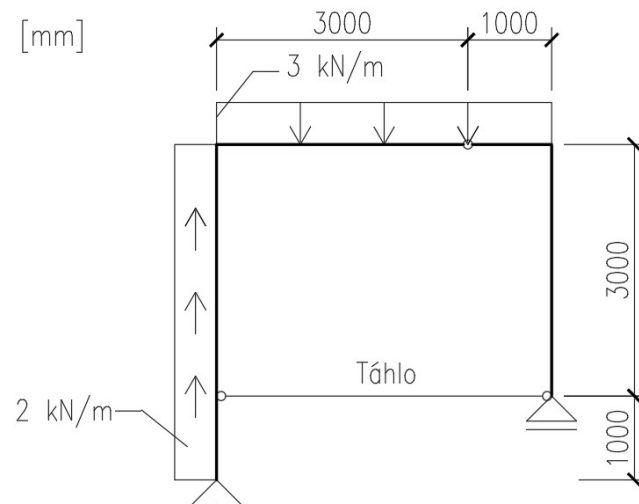
$$M_k^I = -4,5 \cdot 3 + 6 \cdot 3 - 1,5 \cdot 3 = 0 \text{ kNm}$$

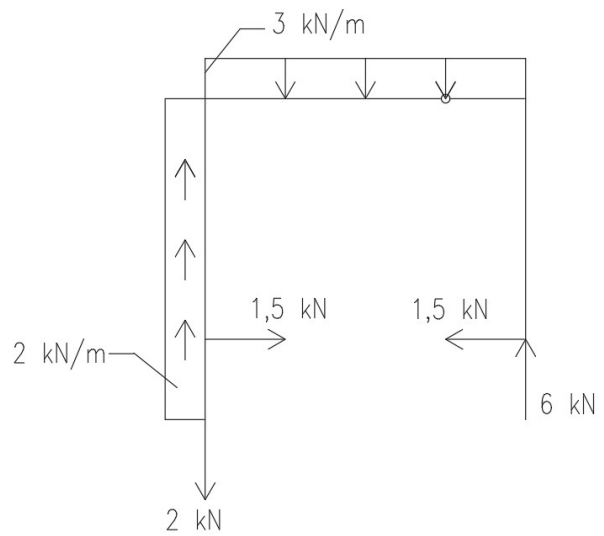
- Za předpokladu že prut a-e přeručíme, můžeme bod a i e řešit jako styčnick viz. Cvičení 9

$$M_a^{III} = 0 \text{ kNm}; M_e^{III} = 0 \text{ kNm}$$

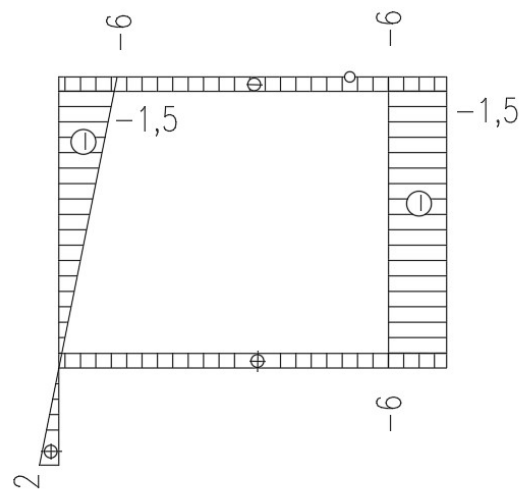
### Příklad 3

- Následující příklad bude bez postupu řešení. Objeví se jen výsledky, které slouží ke kontrole řešení
- V zájmu vlastní snahy o pochopení problematiky doporučuji se dívat na výsledky jen po vlastním vypracování zadání
- Pokud si nejste při vypracování v určité části jisti s výsledkem, nahlédněte spíše do předchozího cvičení, nebo si znova pečlivě projděte předchozí dva příklady, než budete pokračovat dále

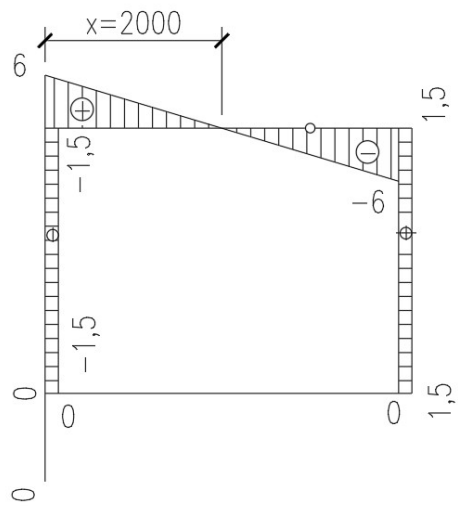




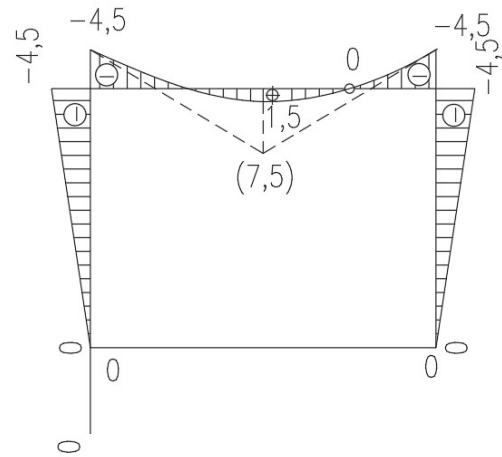
(N)



(V)

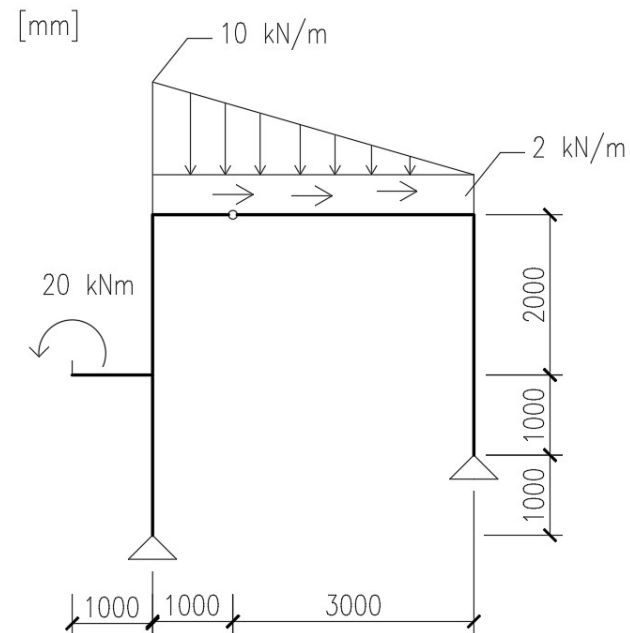


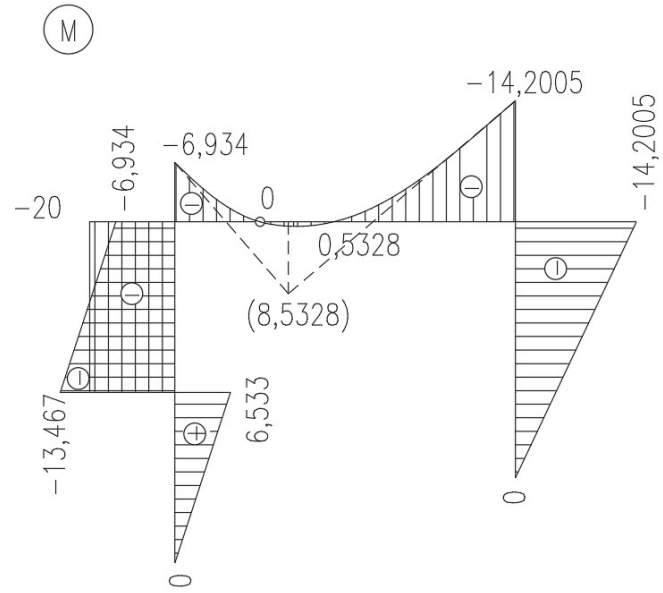
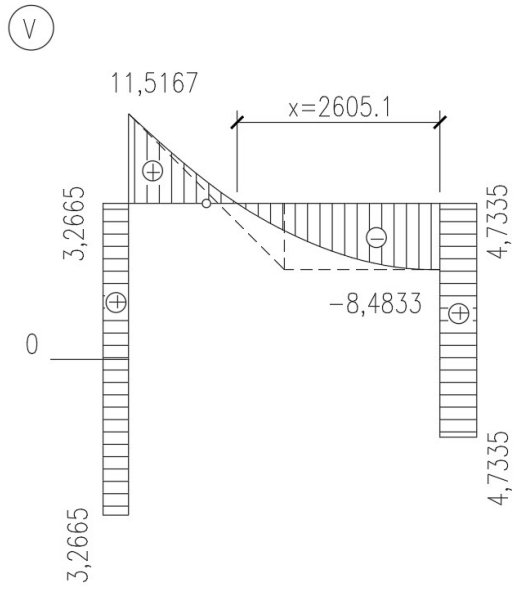
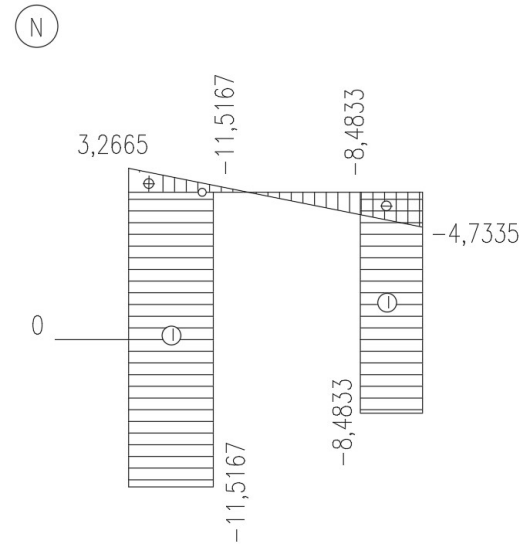
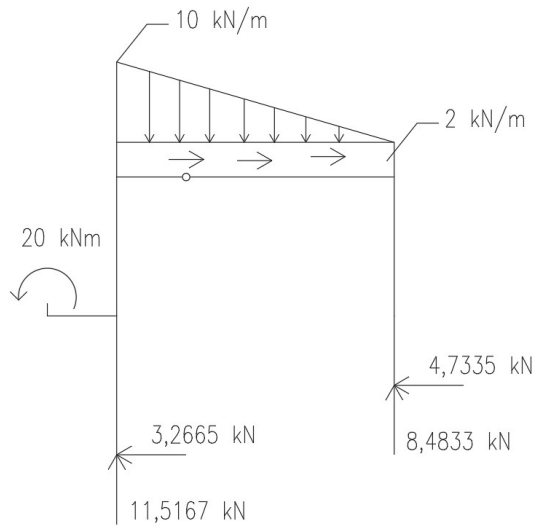
(M)



#### Příklad 4

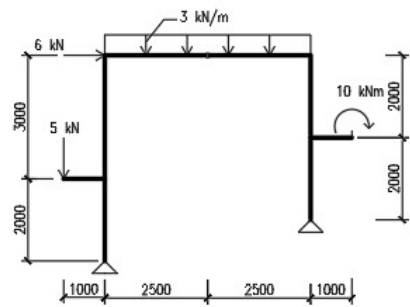
- Následující příklad bude bez postupu řešení. Objeví se jen výsledky, které slouží ke kontrole řešení
- V zájmu vlastní snahy o pochopení problematiky doporučuji se dívat na výsledky jen po vlastním vypracování zadání
- Pokud si nejste při vypracování v určité části jisti s výsledkem, nahlédněte spíše do předchozího cvičení, nebo si znovu pečlivě projděte předchozí dva příklady, než budete pokračovat dále



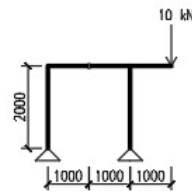


Následující příklady na procvičení jsou bez výsledků. Zkuste příklady vyřešit sami a případnou kontrolu proveďte porovnáním s ostatními kolegy.

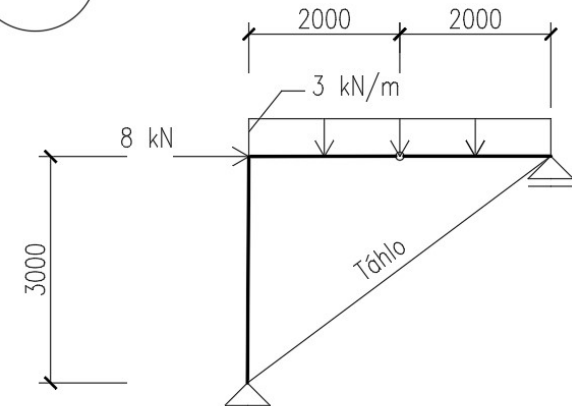
P41



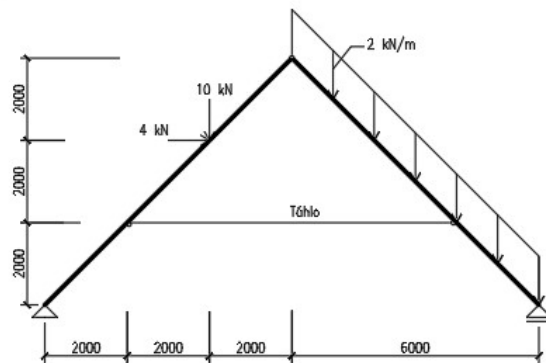
P42



P47



P46



P45

