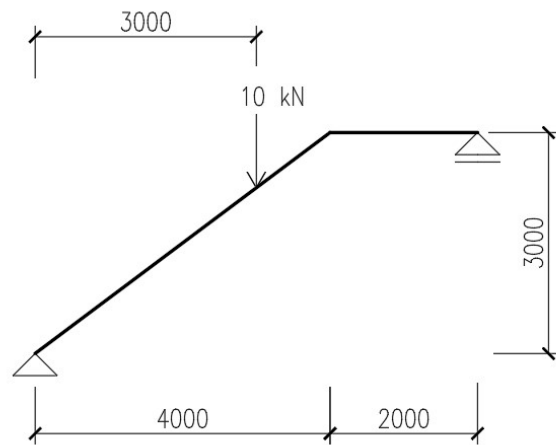


# Cvičení 10

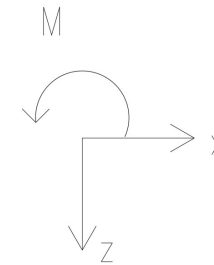
Rovinný šikmý nosník, rozklad šikmého spojitého zatížení, reakce a diagramy vnitřních sil a momentů

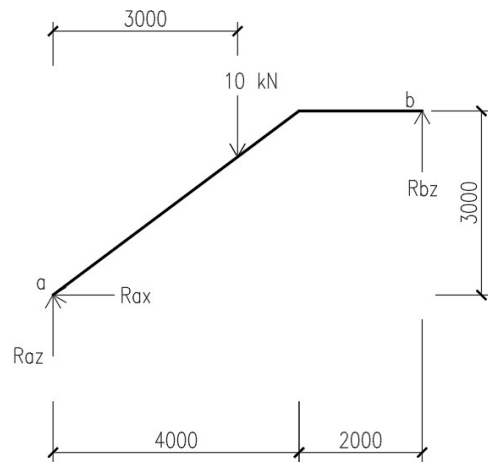
## Příklad 1

[mm]

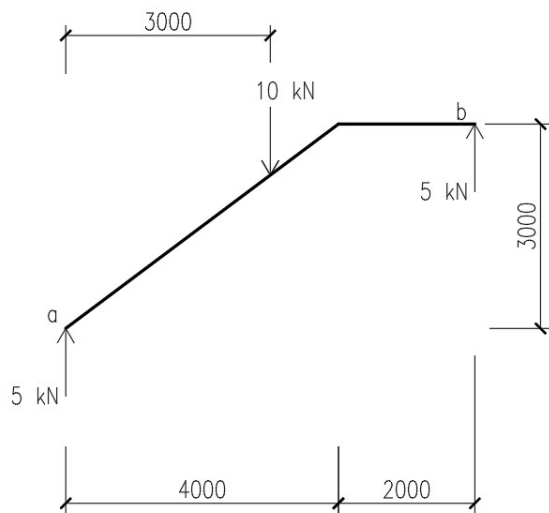


- Nejprve nosník uvolníme z vazeb a ty nahradíme **předpoklady** průběhu reakcí, používáme přitom dohodnutou osovou konvenci – kladný směr je ve směru šipek





Správný směr reakcí



- V bodě **a** se nachází **pevná podpora**, proto ji nahradíme dvěma složkami reakcí  $R_{az}$  a  $R_{ax}$
- V bodě **b** se nachází **posuvná podpora ve vodorovném směru**, proto ji nahradíme jedinou složkou reakce ve svislém směru  $R_{bz}$
- Libovolnou kombinací silových a momentových podmínek tyto neznámé složky reakcí vypočteme

Např.:

$$\sum M_{ia} = 0 \rightarrow -10 \cdot 3 + R_{bz} \cdot 6 = 0 \rightarrow R_{bz} = 5kN$$

- Protože je předpoklad směru reakce  $R_{bz}$  **správný**, zachová se i její směr  $R_{bz} = 5kN \uparrow$

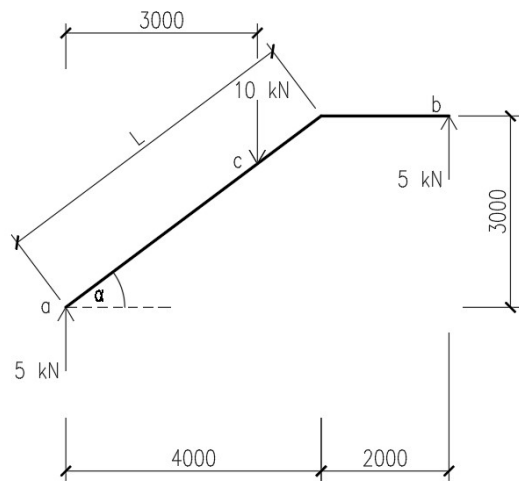
$$\sum F_{ix} = 0 \rightarrow -R_{ax} = 0 \rightarrow -R_{ax} = 0kN$$

- Protože nepůsobí **žádná** síla ve směru osy  $x$ , je reakce  $R_{ax}$  **nulová**, nezáleží proto na předpokládaném směru

$$\sum M_{ib} = 0 \rightarrow -R_{az} \cdot 6 + 10 \cdot 3 = 0 \rightarrow -R_{az} = -5kN$$

- Protože je předpoklad směru reakce  $R_{az}$  **správný**, zachová se i její směr  $R_{az} = 5kN \uparrow$
- libovolnou podmínkou rovnováhy provedeme kontrolu:

$$\sum F_{iz} = 0 \rightarrow -5 + 10 - 5 = 0 \rightarrow 0 = 0$$



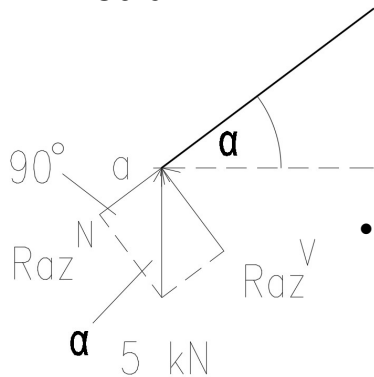
- Protože se zde objevují síly působící na šikmý prut ve směru, který není rovnoběžný s osou prutu nebo kolmý na ní, musíme tyto síly na potřebné složky rozložit
- Nejprve si na k-ci určíme úhel, podle kterého budeme síly rozkládat, můžeme k tomu využít třeba „Pythagorovu větu“

$$L = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ m}$$

$$\cos \alpha = \frac{4}{5} \quad \sin \alpha = \frac{3}{5}$$

- Podle tohoto úhlu rozložíme všechny složky ve všech našich vybraných bodech

- Bod a:



$$R_{az}^N = 5 \cdot \sin \alpha = 5 \cdot \frac{3}{5} = 3 \text{ kN}$$

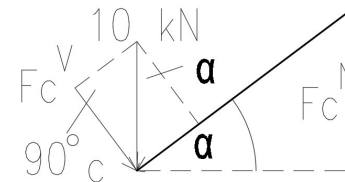
$$R_{az}^V = 5 \cdot \cos \alpha = 5 \cdot \frac{4}{5} = 4 \text{ kN}$$

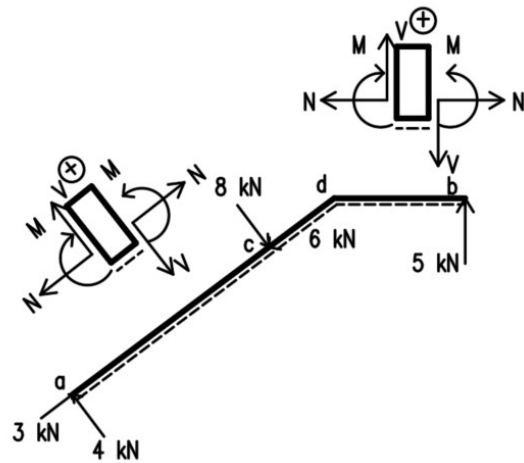
- Jako kontrola správného rozkladu nám pomůže **obrázek**, kde je vidět že síla  $R_{az}^V$  je větší než  $R_{az}^N$  což odpovídá výsledkům

- Bod c:

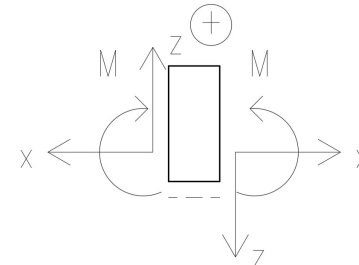
$$F_c^N = 5 \cdot \sin \alpha = 10 \cdot \frac{3}{5} = 6 \text{ kN}$$

$$F_c^V = 5 \cdot \cos \alpha = 10 \cdot \frac{4}{5} = 8 \text{ kN}$$



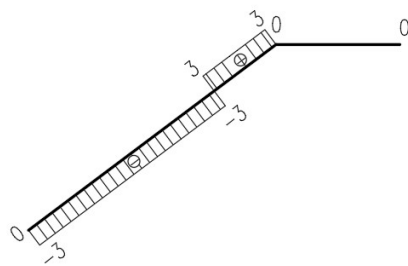


- Nyní můžeme přistoupit k vykreslení průběhu vnitřních sil na nosníku
- Pro snadnější orientaci vyznačíme na nosníku tzv. **referenční vlákna** – podle nich orientujeme naši znaménkovou konvenci
- Nosník si označíme ve zkoumaných průřezech např. a, b, c a d.



- Pro vykreslení **Normálových** složek, zahrnujeme všechny síly které působí **ve směru** osy prutu, dbáme na to, aby referenční vlákna byla shodná se znaménkovou konvencí

(N)

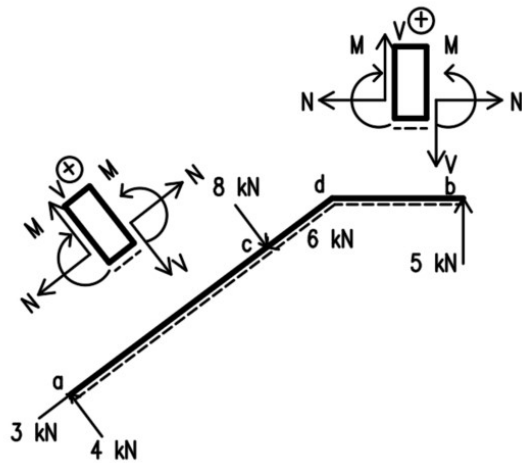


$$N_a^I = 0 \text{ kN}; N_a^{II} = -3 \text{ kN}$$

$$N_c^I = -3 \text{ kN}; N_c^{II} = -3 + 6 = 3 \text{ kN}$$

$$N_d^I = -3 + 6 = 3 \text{ kN}; N_d^{II} = 0 \text{ kN}$$

$$N_b^I = 0 \text{ kN}; N_b^{II} = 0 \text{ kN}$$



- Pro vykreslení **Posouvajících** složek, zahrnujeme všechny síly které působí **kolmo** na osu prutu, dbáme na to, aby referenční vlákna byla shodná se znaménkovou konvencí

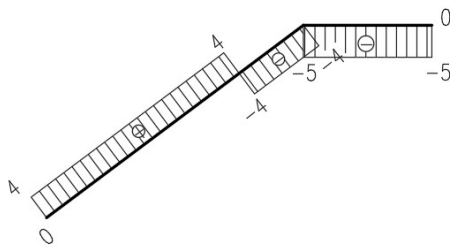
$$V_a^I = 0 \text{ kN}; V_a^{II} = 4 \text{ kN}$$

$$V_c^I = 4 \text{ kN}; V_c^{II} = 4 - 8 = -4 \text{ kN}$$

$$V_d^I = 4 - 8 = -4 \text{ kN}; V_d^{II} = 5 - 10 = -5 \text{ kN}$$

$$V_b^I = 5 - 10 = -5 \text{ kN}; V_b^{II} = 5 - 10 + 5 = 0 \text{ kN}$$

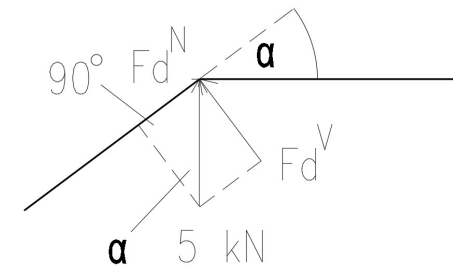
(v)

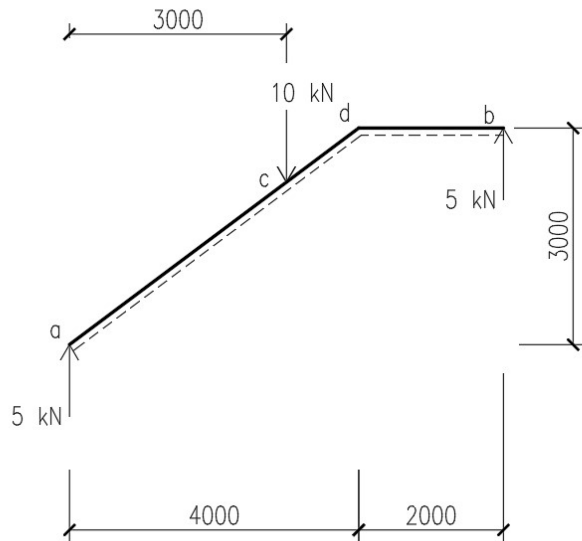


- Stejně jako v předchozích cvičení i tady můžu provést kontrolu „zpětným“ postupem (zprava do leva)
- Provedu kontrolu v bodě d:

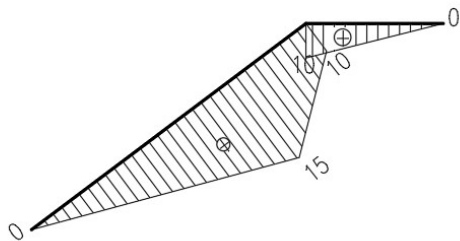
$$Fd^N = 5 \cdot \sin \alpha = 5 \cdot \frac{3}{5} = 3 \text{ kN}$$

$$Fd^V = 5 \cdot \cos \alpha = 5 \cdot \frac{4}{5} = 4 \text{ kN}$$





(M)



- Pro vykreslení **Momentových** složek, zahrnujeme všechny **momentové** účinky které působí **ve** vyšetřovaném **bodě**, znaménková konvence je pro každý momentový účinek ve vyšetřovaném bodě shodná – není potřeba otáčet znaménkovou konvencí

$$M_a^I = 0 \text{ kNm}; M_a^{II} = 0 \text{ kNm}$$

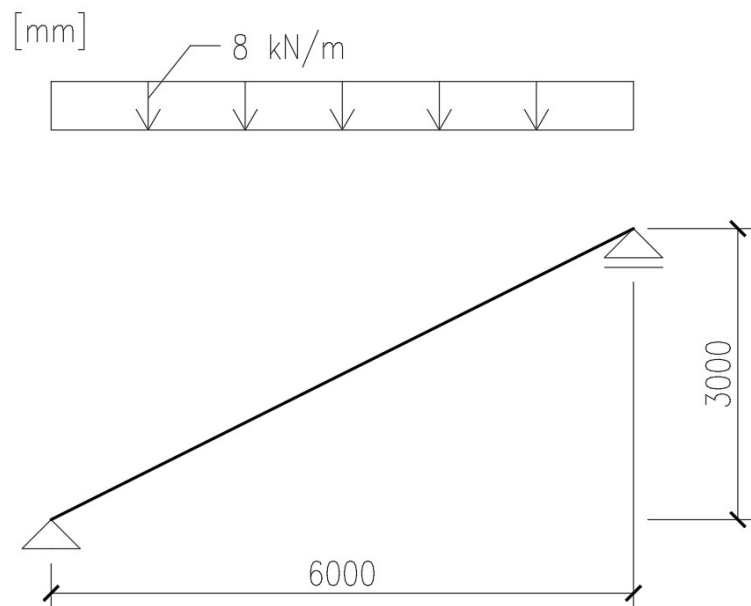
$$M_c^I = 5 \cdot 3 = 15 \text{ kNm}; M_c^{II} = 5 \cdot 3 = 15 \text{ kNm}$$

$$M_d^I = 5 \cdot 4 - 10 \cdot 1 = 10 \text{ kNm}; M_d^{II} = 5 \cdot 4 - 10 \cdot 1 = 10 \text{ kNm}$$

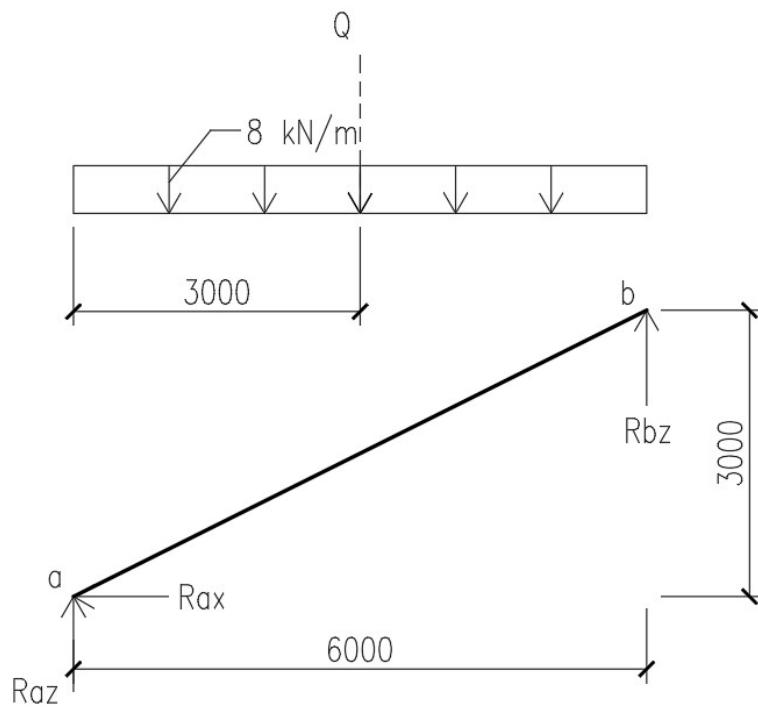
$$M_b^I = 5 \cdot 6 - 10 \cdot 3 = 0 \text{ kNm}; M_b^{II} = 5 \cdot 6 - 10 \cdot 3 = 0 \text{ kNm}$$

## Příklad 2

- Obdobně postupujeme i u ostatních příkladů







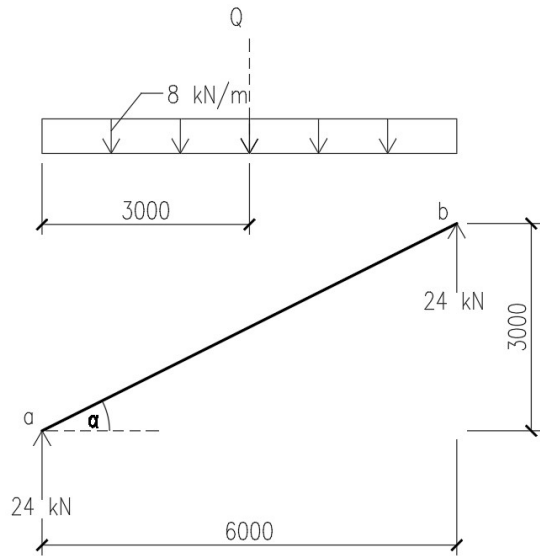
Uvolníme nosník z **vazeb** a určíme hodnotu a polohu **náhradního břemene Q**

$$Q = 8 \cdot 6 = 48 \text{ kN}$$

$$\sum M_{ia} = 0 \rightarrow Rbz \cdot 6 - 48 \cdot 3 = 0 \rightarrow Rbz = 24 \text{ kN} \uparrow$$

$$\sum F_{ix} = 0 \rightarrow Rax = 0 \text{ kN}$$

$$\sum M_{ib} = 0 \rightarrow -Raz \cdot 6 + 48 \cdot 3 = 0 \rightarrow Raz = 24 \text{ kN} \uparrow$$



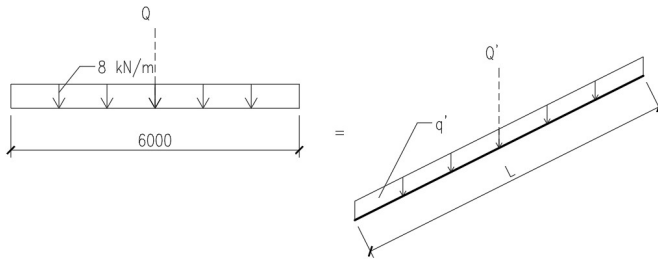
- Protože se zde objevují síly působící na šikmý prut ve směru, který není rovnoběžný s osou prutu nebo kolmý na ní, musíme tyto síly na potřebné složky rozložit
- Nejprve si na k-ci určíme úhel, podle kterého budeme síly rozkládat, můžeme k tomu využít třeba „Pythagorovu větu“

$$L = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} \text{ m}$$

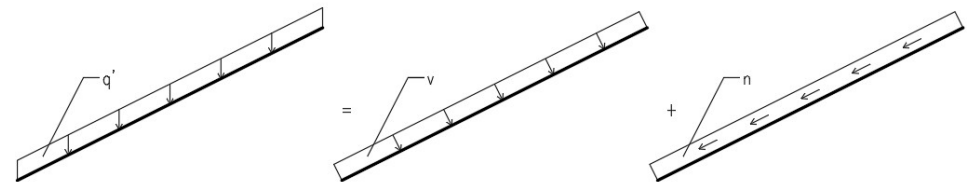
$$\cos \alpha = \frac{6}{\sqrt{45}}; \quad \sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{45}}$$

- Využijeme znalosti, že velikost spojitého zatížení si musí být **rovna** nezávisle na délce nosníku, tedy:

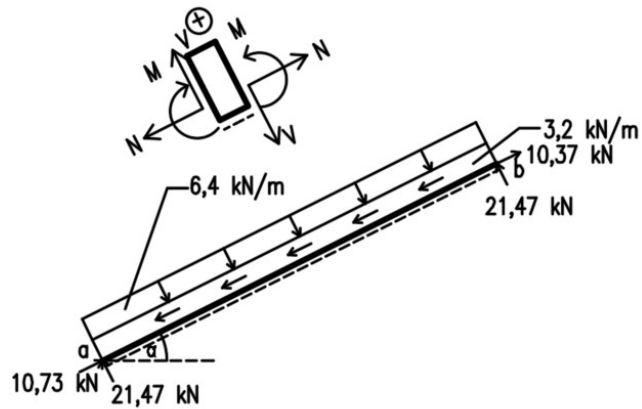
- Nyní můžeme toto zatížení **q'** rozložit do potřebných směrů



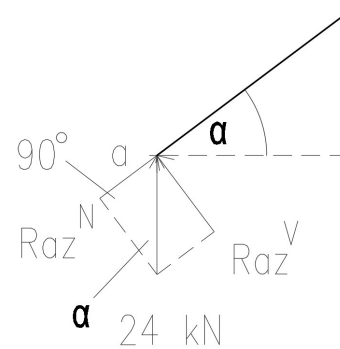
$$Q = Q' \rightarrow 8 \cdot 6 = q' \cdot \sqrt{45} \rightarrow q' = 7,155 \text{ kN/m}$$



$$v = q' \cdot \cos \alpha = 3,2 \text{ kN/m} \quad n = q' \cdot \sin \alpha = 6,4 \text{ kN/m}$$



- Rozklad sil v bodě a:



$$Raz^N = 24 \cdot \sin \alpha = 24 \cdot \frac{3}{\sqrt{45}} = 10,73 \text{ kN}$$

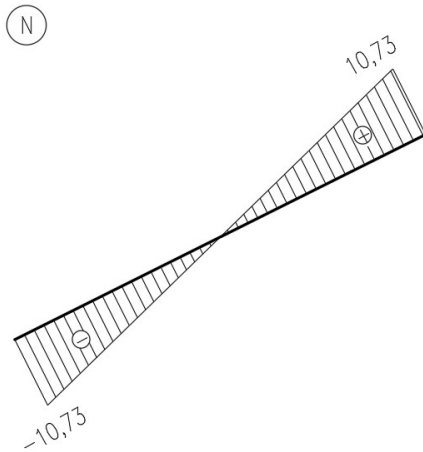
$$Raz^V = 24 \cdot \cos \alpha = 24 \cdot \frac{6}{\sqrt{45}} = 21,47 \text{ kN}$$

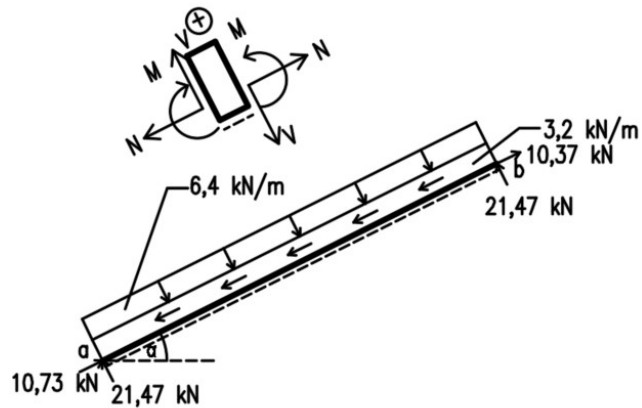
- Normálové složky účinků sil:

$$N_a^I = 0 \text{ kN}; N_a^{II} = -10,73 \text{ kN}$$

$$N_b^I = -10,73 + 3,2 \cdot \sqrt{45} = 10,73 \text{ kN}$$

$$N_b^{II} = -10,73 + 3,2 \cdot \sqrt{45} - 10,73 = 0 \text{ kN}$$





- Posouvající složky účinků sil:

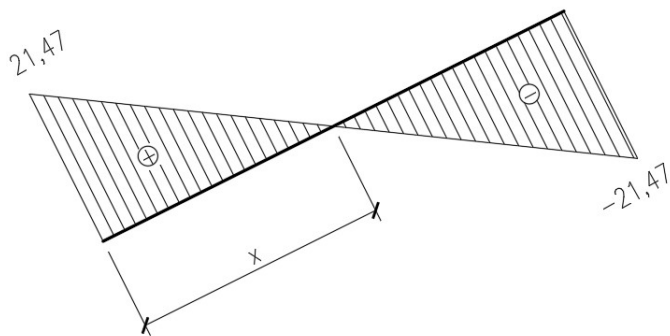
$$V_a^I = 0 \text{ kN}; V_a^{II} = 21,47 \text{ kN}$$

$$V_b^I = 21,47 - 6,4 \cdot \sqrt{45} = -21,47 \text{ kN}$$

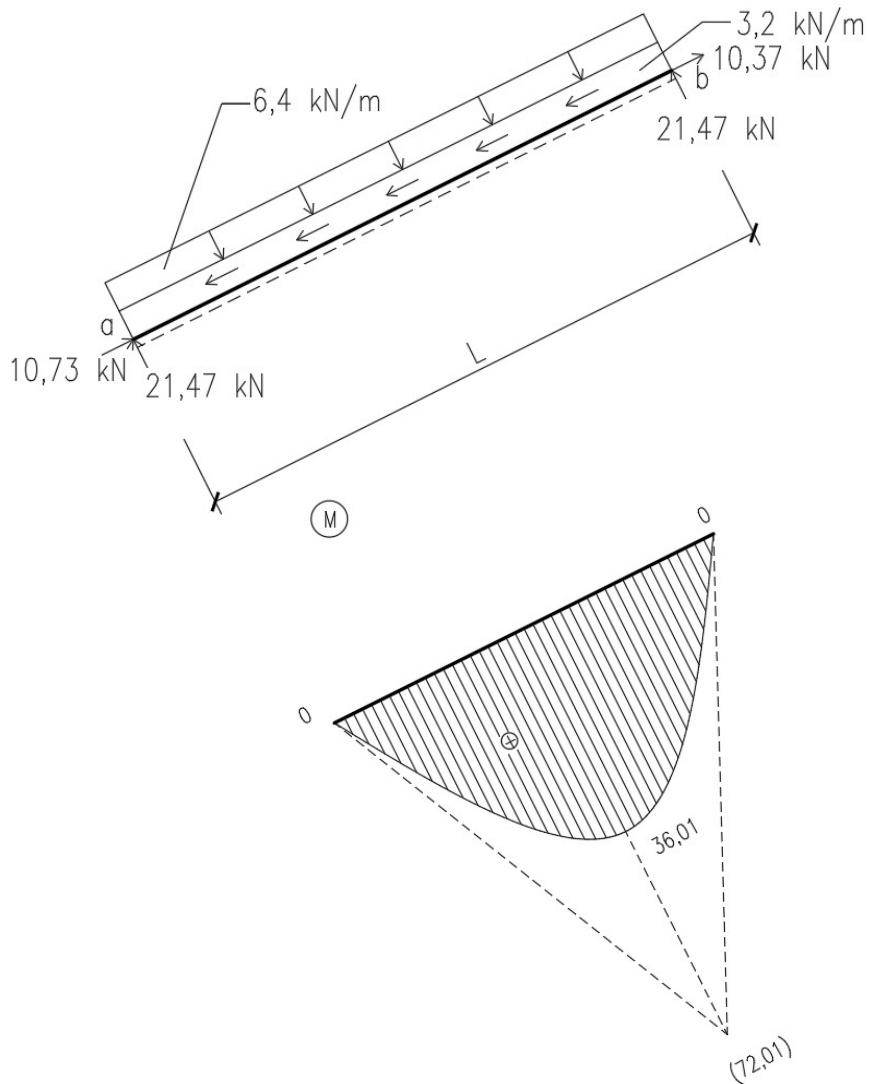
$$V_b^{II} = 21,47 - 6,4 \cdot \sqrt{45} + 21,47 = 0 \text{ kN}$$

- Maximální moment vzniká v místě přechodu znamének
- Přesnou polohu maximálního momentu můžeme najít např. pomocí podobnosti trojúhelníků

(V)



$$\frac{x}{21,47} = \frac{\sqrt{45}}{(21,47 + 21,47)} \rightarrow x = 3,354 \text{ m}$$



- Momentové složky účinků sil:

$$M_a^I = 0 \text{ kNm}; M_a^{II} = 0 \text{ kNm}$$

$$M_{max}^I = 21,47 \cdot 3,354 - 6,4 \cdot \frac{3,354^2}{2} = 36,01 \text{ kNm}$$

$$M_{max}^{II} = 21,47 \cdot 3,354 - 6,4 \cdot \frac{3,354^2}{2} = 36,01 \text{ kNm}$$

$$M_b^I = 24 \cdot 6 - 8 \cdot \frac{6^2}{2} = 0 \text{ kNm}$$

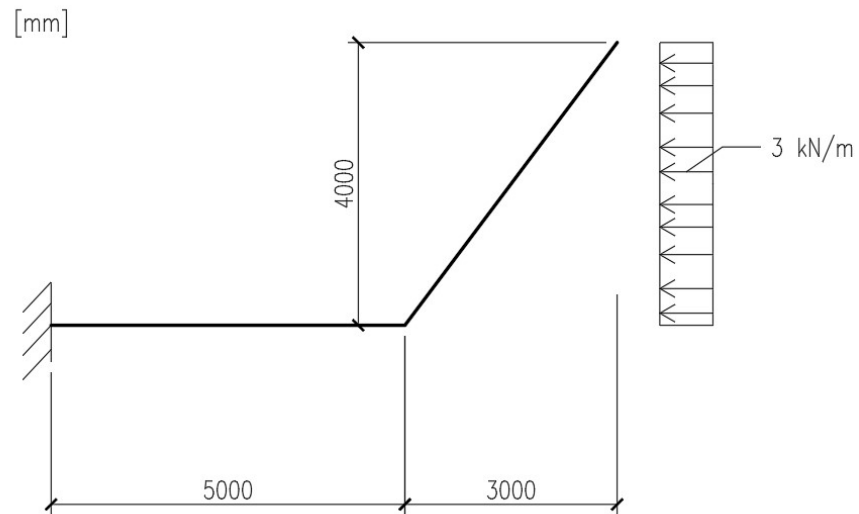
$$M_b^{II} = 24 \cdot 6 - 8 \cdot \frac{6^2}{2} = 0 \text{ kNm}$$

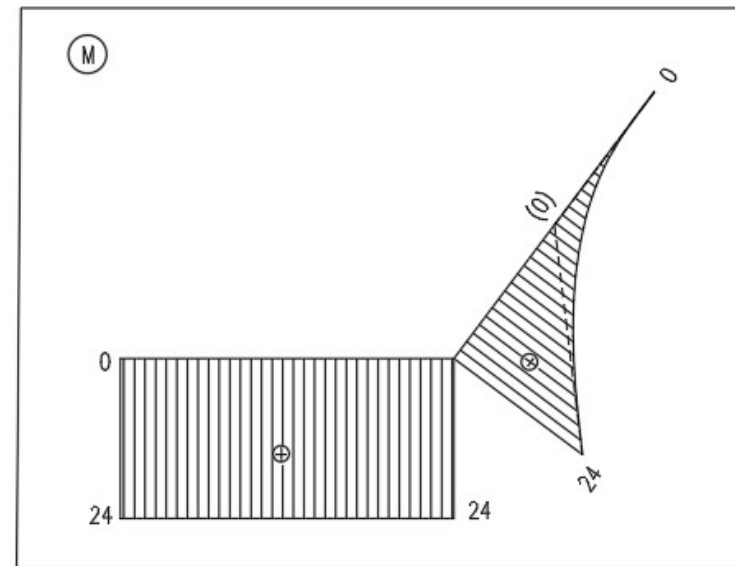
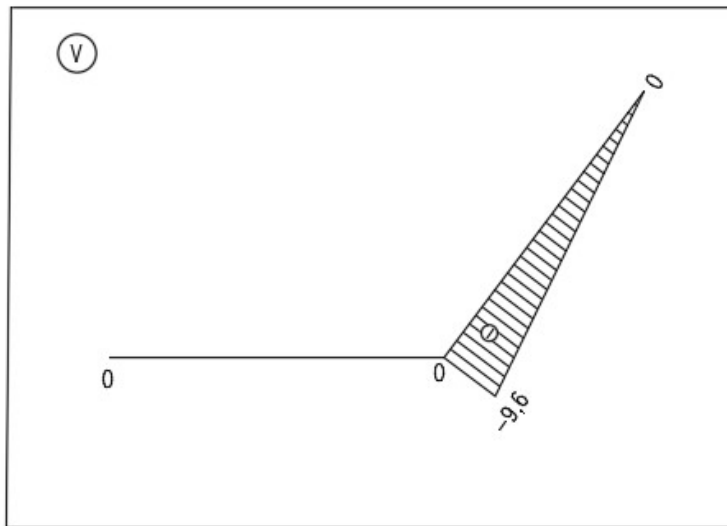
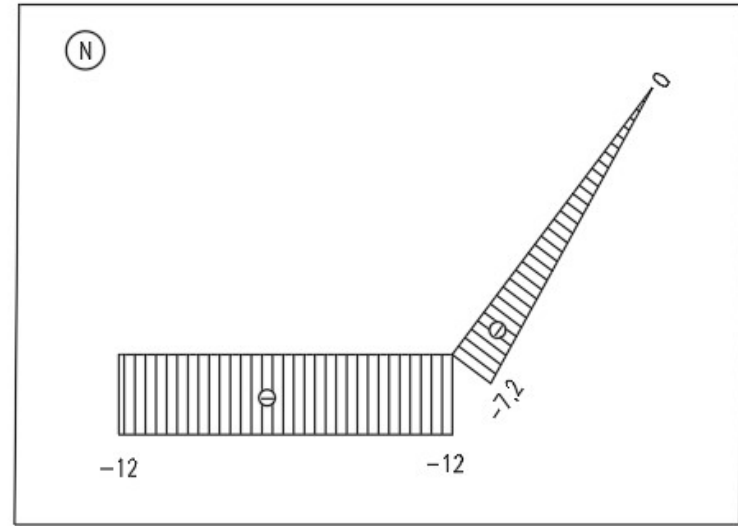
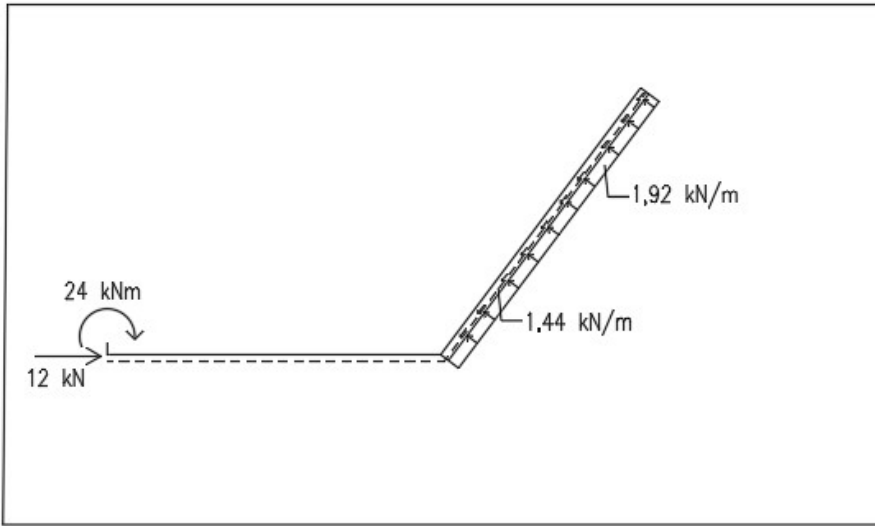
- Pro jasnější pochopení průběhu momentových účinků na konstrukci použijeme k vykreslení **tečnový polygon**:

$$M_x^I = 21,47 \cdot 3,354 = 72,01 \text{ kNm}$$

### Příklad 3

- Následující příklad bude bez postupu řešení. Objeví se jen výsledky, které slouží ke kontrole řešení
- V zájmu vlastní snahy o pochopení problematiky doporučuji se dívat na výsledky jen po vlastním vypracování zadání
- Pokud si nejste při vypracování v určité části jisti s výsledkem, nahlédněte spíše do předchozího cvičení, nebo si znova pečlivě projděte předchozí dva příklady, než budete pokračovat dále

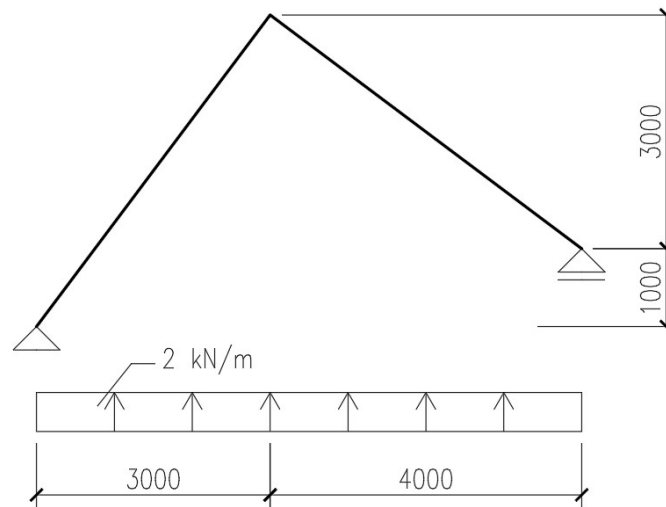




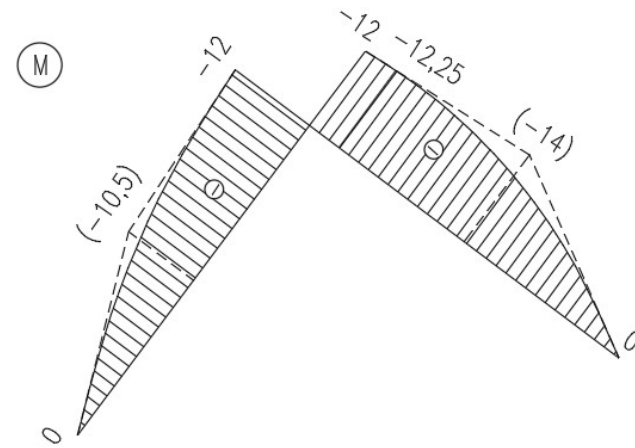
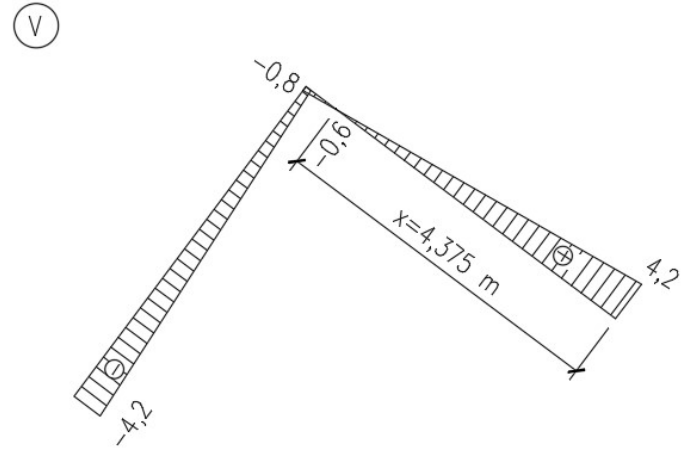
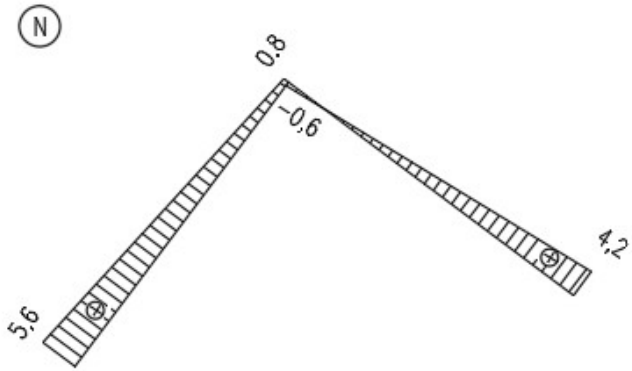
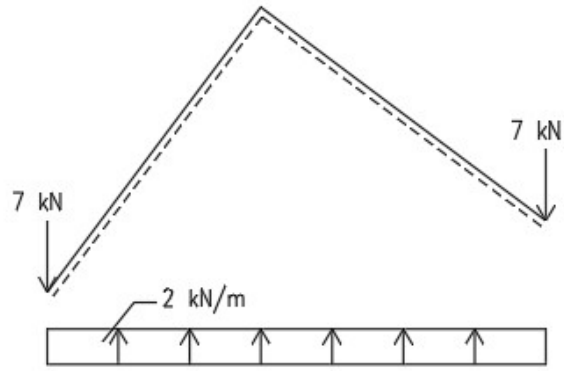
## Příklad 4

- Následující příklad bude bez postupu řešení. Objeví se jen výsledky, které slouží ke kontrole řešení
- V zájmu vlastní snahy o pochopení problematiky doporučuji se dívat na výsledky jen po vlastním vypracování zadání
- Pokud si nejste při vypracování v určité části jisti s výsledkem, nahlédněte spíše do předchozího cvičení, nebo si znova pečlivě projděte předchozí dva příklady, než budete pokračovat dále

[mm]

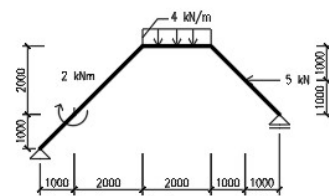




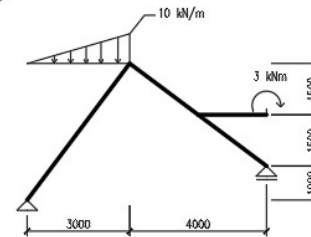


Následující příklady na procvičení jsou bez výsledků. Zkuste příklady vyřešit sami a případnou kontrolu proveďte porovnáním s ostatními kolegy.

P37



C7P1



P39

