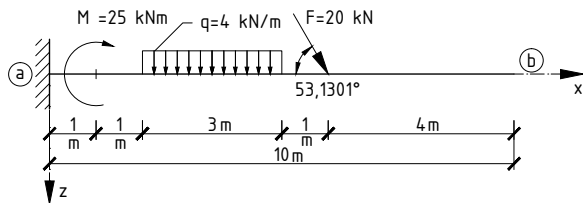


Vzorový příklad č. 8

Konzola zatížená 3 typy zatížení

Zadání

Pro danou konzolu a uvedené zatížení na obrázku 1 vypočítejte velikost reakcí vnějších vazeb R_{ax} , R_{az} , M_a a stanovte průběhy vnitřních sil N , V , M .

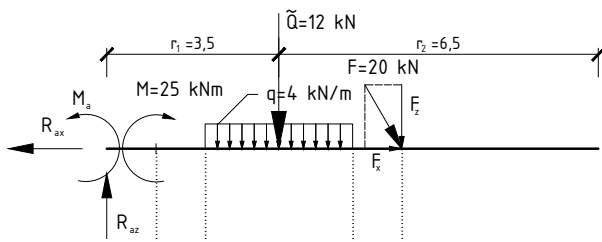


Obrázek 1: Zadání

Řešení

Řešení reakcí

Pro vyřešení reakcí na zadané konzole je třeba nejprve provést uvolnění konstrukce z vnějších vazeb a účinek těchto vnějších vazeb¹ nahradit složkami reakcí R_{ax} , R_{az} , M_a . Smysl složek reakcí lze libovolně zvolit a při následujícím výpočtu se jejich orientace buď potvrdí (znaménko \oplus) nebo obrátí (znaménko \ominus). Uvolněním konzoly a nahrazením vazeb složkami reakcí vznikne soustava sil a statických momentů v rovině. Tato soustava má být v rovnováze a tak vyřešíme velikosti složek reakcí ze tří podmínek rovnováhy (1 momentové k bodu (a) a 2 silových: do osy prutu x a do svislé osy z).



Obrázek 2: Nosník uvolněný z vazeb, reakce

$$(a) \sum F_{i,x} = 0 : [\rightarrow \oplus]$$

$$-R_{ax} + F_x = -R_{ax} + F \cdot \cos 53,1301 = 0$$

$$R_{ax} = F \cdot \cos 53,1301 = 20 \cdot 0,6 = \underline{12,0} \text{ kN} [\leftarrow] \checkmark$$

$$(b) \sum F_{i,z} = 0 : [\uparrow \oplus]$$

$$R_{az} - \tilde{Q} - F_z = 0$$

$$R_{az} - q \cdot 3 - F \cdot \sin 53,1301 = 0$$

$$R_{az} = q \cdot 3 + F \cdot \sin 53,1301$$

$$R_{az} = 4 \cdot 3 + 20 \cdot 0,8 = \underline{28,0} \text{ kN} [\uparrow] \checkmark$$

$$(c) \sum M_{i,a} = 0 : [\odot \oplus]$$

$$M_a - F_z \cdot 6 - \tilde{Q} \cdot (2 + \frac{1}{2} \cdot 3) - M = 0$$

$$M_a - F \cdot 6 \cdot \sin 53,1301 - q \cdot 3 \cdot (2 + \frac{1}{2} \cdot 3) - M = 0$$

$$M_a = F \cdot 6 \cdot \sin 53,1301 + q \cdot 3 \cdot (2 + \frac{1}{2} \cdot 3) + M$$

$$M_a = 20 \cdot 6 \cdot 0,8 + 4 \cdot 3 \cdot 3,5 + 25 = \underline{163,0} \text{ kNm} [\odot] \checkmark$$

Kontrola

Pro kontrolu lze využít např. momentové podmínky k volnému konci (b).

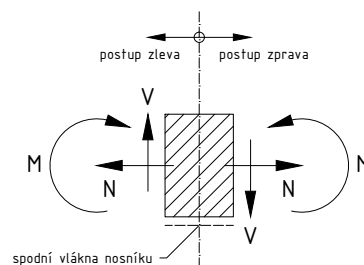
$$\sum M_{i,b} = 0 : [\odot \oplus]$$

$$R_{az} \cdot 10 - M_a + M - \tilde{Q}(5 + \frac{1}{2} \cdot 3) - F_z \cdot 4 =$$

$$= 28,0 \cdot 10 - 163,0 + 25 - 12,0 \cdot 6,5 - 16 \cdot 4 = 0,0 \text{ kN} \checkmark$$

Řešení průběhů vnitřních sil N , V , M

Při řešení průběhů vnitřních sil se uplatňuje následující konvence pro složky výslednice vnitřních sil: **Kladné** normálové síly N vyvozují v uvažovaném řezu **tah**, **kladné** posouvající síly V se snaží otočit řezem **ve směru chodu hodinových ručiček** \odot a **kladný** moment M **natahuje spodní vlákna** nosníku. Uvedenou konvenci dokumentuje níže uvedený obrázek 3.



Obrázek 3: Konvence složek výslednice vnitřních sil

Normálové síly N

Vykreslení průběhu normálové síly N při postupu zleva se začne v podpoře (a), kde působí reakce R_{ax} =

¹Vnější vazba neboli podpora zamezuje pohybu (posunu či rotaci) konstrukce. Říkáme, že konstrukci odebírá stupně volnosti. Podle počtu odebraných stupňů volnosti rozlišujeme (v rovině) vazby jednonásobné, dvojnásobné a trojnásobné.

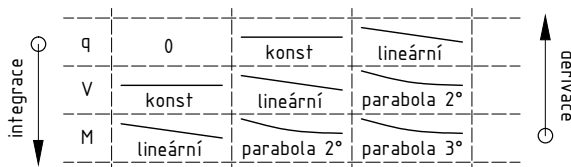
12,0 kN se směrem [←]. Reakce vyvozuje tah, je tedy kladná.² V místě působí síla F působí její složka $F_x = 12,0$ kN se směrem [→]. Uvedená složka způsobuje tlak a ruší hodnotu vodorovné reakce. Dále jsou na konzole N nulové.

Posouvající síly V

Vykreslení posouvajících sil při postupu zleva se začne v podpoře @, kde působí reakce $R_{az} = 28,0$ kN se směrem [↑]. Tato síla je dle dříve uvedené konvence kladná.³ Až po začátek rovnoměrného spojitěho zatížení q nepůsobí na konzolu žádná svislá síla a tak je průběh posouvající síly v tomto úseku konstantní. Dále působí na konzolu rovnoměrné spojitě zatížení $q = 4,0$ kN/m. Toto zatížení, které působí na délce 3,0 m lze v jeho těžišti nahradit silou $\tilde{Q} = 3,0 \cdot 4,0 = 12,0$ kN. Hodnota posouvající síly na konci spojitěho zatížení je tedy:

$$V_{5m} = R_{az} - \tilde{Q} = 28,0 - 12,0 = 16,0 \text{ kN}$$

Průběh posouvající síly v tomto úseku lze jednoduše určit na základě diferenciálních podmínek rovnováhy a z nich plynoucího *derivačně-integračního schématu* na obrázku 4.



Obrázek 4: Derivačně-integrační schéma

Na konzolu až po sílu F nepůsobí další svislé zatížení a tak je hodnota posouvající síly konstantní a má velikost 16,0 kN. V místě působí síla F působí svislá složka této síly o velikosti $F_z = 16,0$ kN se směrem [↓]. Vzhledem k tomuto směru je při postupu zleva dle zavedené konvence záporná a hodnota posouvající síly se v tomto místě mění skokem na hodnotu:

$$V_{6m} = 16,0 - 16,0 = 0,0 \text{ kN}$$

Konzola není až po volný konec svislé zatížena a tak je průběh posouvající síly nulový.

Ohybové momenty M

Ohybové momenty se vždy určují jako součet statických momentů všech sil, osamělých momentů i reakcí k danému řezu. Vykreslení ohybových momentů se řídí následující konvencí: **hodnota momentu se vynášší na stranu tažených vláken, kladné pod základní**

²Kladné hodnoty normálové síly N vynáššíme nad základní čáru, záporné hodnoty N vynáššíme pod základní čáru.
³Kladné hodnoty posouvající síly V vynáššíme nad základní čáru, záporné hodnoty V vynáššíme pod základní čáru.

čáru, záporné nad základní čáru! Jednotlivé hodnoty momentů pro zadaný příklad lze při postupu zleva určit následujícím způsobem: [⊖ ⊕]

$$M_{0m} = -M_a = -163,0 \text{ kNm}$$

$$M_{1m}^L = -M_a + R_{az} \cdot 1 = -163,0 + 28,0 \cdot 1 = -135,0 \text{ kNm}$$

$$M_{1m}^P = -M_a + R_{az} \cdot 1 + M = -163,0 \cdot 1 + 28,0 \cdot 1 + 25,0 = -110,0 \text{ kNm}$$

$$M_{2m} = -M_a + R_{az} \cdot 2 + M = -163,0 + 28,0 \cdot 2 + 25 = -82,0 \text{ kNm}$$

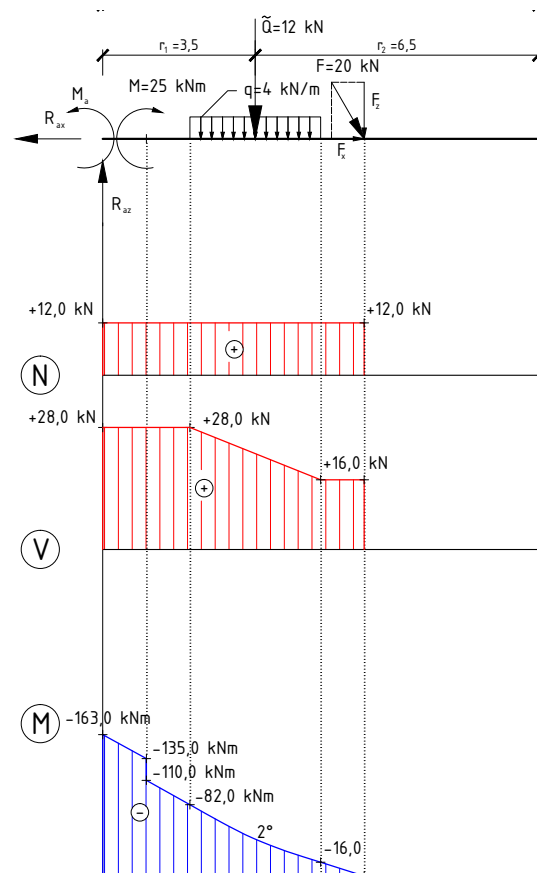
$$M_{5m} = -M_a + R_{az} \cdot 5 + M - q \cdot \frac{1}{2} \cdot 3^2 = -163,0 + 28,0 \cdot 5 + 25 - 4 \cdot 0,5 \cdot 9 = -16,0 \text{ kNm}$$

$$M_{6m} = -M_a + R_{az} \cdot 6 + M - q \cdot 3 \left(\frac{1}{2} \cdot 3 + 1 \right) = -163,0 + 28,0 \cdot 6 + 25 - 4 \cdot 3 \cdot (1,5 + 1) = 0,0 \text{ kNm}$$

Kontrola

Kontrolu lze provést výpočtem zprava. [⊖ ⊕] Např.:

$$M_{5m} = -F_z \cdot 1 = -16,0 \cdot 1 = -16,0 \text{ kNm} \checkmark$$



Obrázek 5: Průběhy vnitřních sil