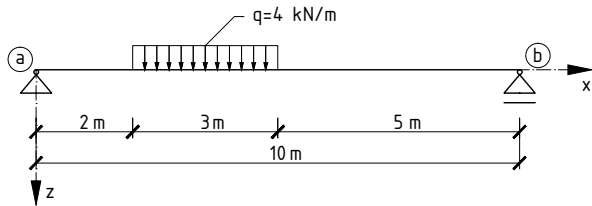


Vzorový příklad č. 3

Prostý nosník zatížený rovnoměrným spojitým zatížením q

Zadání

Pro daný nosník a uvedené zatížení na obrázku 1 vypočítejte velikost reakcí vnějších vazeb R_{ax} , R_{az} , R_{bz} a stanovte průběhy vnitřních sil N , V , M .

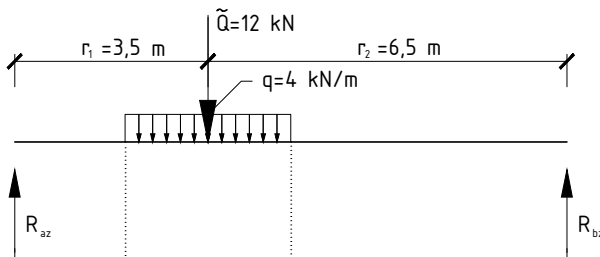


Obrázek 1: Zadání

Řešení

Řešení reakcí

Pro vyřešení reakcí na zadaném prostém nosníku je třeba nejprve provést uvolnění nosníku z vnějších vazeb a účinek těchto vnějších vazeb¹ nahradit složkami reakcí R_{ax} , R_{az} , R_{bz} . Smysl složek reakcí lze libovolně zvolit a při následujícím výpočtu se jejich orientace buď potvrdí (znaménko \oplus) nebo obrátí (znaménko \ominus). Uvolněním nosníku a nahrazením vazeb složkami reakcí vznikne soustava sil v rovině. Tato soustava má být v rovnováze. **Na nosník však nepůsobí vodorovné zatížení, tudíž nevzniká horizontální reakce a pro řešení rovnováhy postačují 2 momentové podmínky.**



Obrázek 2: Nosník uvolněný z vazeb, reakce

$$(a) \sum M_{i,a} = 0 : [\odot \oplus]$$

$$R_{bz} \cdot 10 - \tilde{Q} \cdot \left(2 + \frac{1}{2} \cdot 3\right) = 0$$

¹Vnější vazba neboli podpora zamezuje pohybu (posunu či rotaci) konstrukce. Říkáme, že konstrukci odebírá stupně volnosti. Podle počtu odebraných stupňů volnosti rozlišujeme (v rovině) vazby jednonásobné, dvojnásobné a trojnásobné.

$$R_{bz} \cdot 10 - q \cdot 3 \cdot \left(2 + \frac{1}{2} \cdot 3\right) = 0$$

$$R_{bz} = \frac{q \cdot 3 \cdot \left(2 + \frac{1}{2} \cdot 3\right)}{10}$$

$$R_{bz} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 3,5}{10} = \underline{4,2} \text{ kN } [\uparrow] \checkmark$$

$$(b) \sum M_{i,b} = 0 : [\ominus \oplus]$$

$$R_{az} \cdot 10 - \tilde{Q} \cdot \left(5 + \frac{1}{2} \cdot 3\right) = 0$$

$$R_{az} \cdot 10 - q \cdot 3 \cdot \left(5 + \frac{1}{2} \cdot 3\right) = 0$$

$$R_{az} = \frac{q \cdot 3 \cdot \left(5 + \frac{1}{2} \cdot 3\right)}{10}$$

$$R_{az} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 6,5}{10} = \underline{7,8} \text{ kN } [\uparrow] \checkmark$$

Kontrola

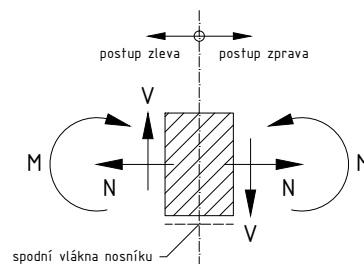
Pro kontrolu lze využít zbývající silové podmínky do svislé osy z .

$$\sum F_{i,z} = 0 : [\uparrow \oplus]$$

$$R_{az} - \tilde{Q} + R_{bz} = 7,8 - 12,0 + 4,2 = 0 \text{ kN } \checkmark$$

Řešení průběhů vnitřních sil N , V , M

Při řešení průběhů vnitřních sil se uplatňuje následující konvence pro složky výslednice vnitřních sil: **Kladné** normálové síly N vyvozují v uvažovaném řezu **tah**, **kladné** posouvající síly V se snaží otočit řezem **ve směru chodu hodinových ručiček** $[\odot]$ a **kladný** moment M **natahuje spodní vlákna** nosníku. Uvedenou konvenci dokumentuje níže uvedený obrázek 3.



Obrázek 3: Konvence složek výslednice vnitřních sil

Normálové síly N

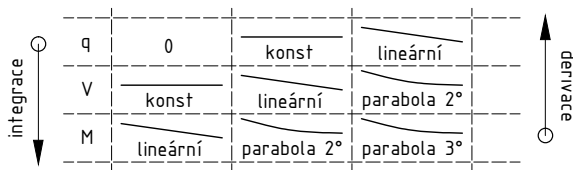
Na nosník nepůsobí vodorovné zatížení. Normálové síly jsou nulové.

Posouvající síly V

Vykreslení posouvajících sil při postupu zleva se začne v podpoře \textcircled{a} , kde působí reakce $R_{az} = 7,8 \text{ kN}$ se směrem \uparrow . Tato síla je dle dříve uvedené konvence kladná.² Až po začátek rovnoměrného spojitého zatížení q nepůsobí na nosník žádná svislá síla a tak je průběh posouvající síly v tomto úseku konstantní. Dále působí na nosník rovnoměrné spojité zatížení $q = 4,0 \text{ kN/m}$. Toto zatížení, které působí na délce $3,0 \text{ m}$ lze v jeho těžišti nahradit silou $\tilde{Q} = 3,0 \cdot 4,0 = 12,0 \text{ kN}$. Hodnota posouvající síly na konci spojitého zatížení je tedy:

$$V_{5m} = R_{az} - \tilde{Q} = 7,8 - 12,0 = -4,2 \text{ kN}$$

Průběh posouvající síly v tomto úseku lze jednoduše určit na základě diferenciálních podmínek rovnováhy a z nich plynoucího *derivačně-integračního schématu* na obrázku 4.



Obrázek 4: Derivačně-integrační schéma

Na nosník pak působí jen reakce $R_{bz} = 4,2 \text{ kN}$ se směrem \uparrow a to v místě podpory \textcircled{b} .

Ohybové momenty M

Ohybové momenty se vždy určují jako součet statických momentů všech sil, osamělých momentů i reakcí k danému řezu. Vykreslení ohybových momentů se řídí následující konvencí: **hodnota momentu se vynášší na stranu tažených vláken, kladné pod základní čáru, záporné nad základní čáru!** Jednotlivé hodnoty momentů pro zadaný příklad lze při postupu zleva určit následujícím způsobem: $\textcircled{c} \oplus$

$$M_{2m} = R_{az} \cdot 2 = 7,8 \cdot 2 = \underline{15,6 \text{ kNm}}$$

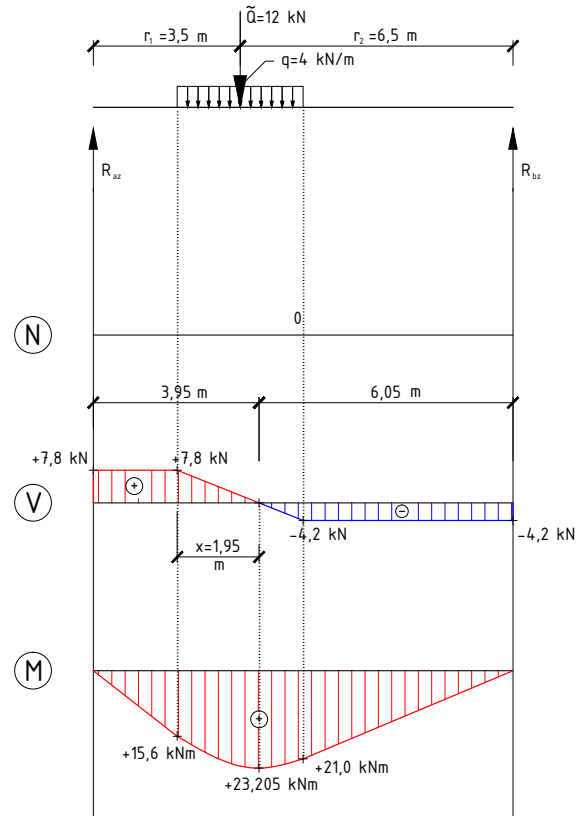
$$\begin{aligned} M_{5m} &= R_{az} \cdot 5 - q \cdot \frac{1}{2} 3^2 = \\ &= 7,8 \cdot 5 - 4,0 \cdot 0,5 \cdot 9 = \underline{21,0 \text{ kNm}} \end{aligned}$$

²Kladné hodnoty posouvající síly V vynáššíme **nad** základní čáru, záporné hodnoty V vynáššíme **pod** základní čáru.

Kontrola

Kontrolu lze provést výpočtem zprava. $\textcircled{c} \oplus$ Např.:

$$M_{5m} = R_{bz} \cdot 5 = 4,2 \cdot 5 = 21,0 \text{ kNm} \checkmark$$



Obrázek 5: Průběhy vnitřních sil

Stanovení velikosti M_{max}

Pro stanovení velikosti maximálního ohybového momentu se musí nejprve určit poloha tzv. *přechodového průřezu*. Tímto průřezem se myslí místo, v němž je hodnota posouvající síly rovna **nule**. V zadaném případě se poloha přechodového průřezu určí z následující rovnice:

$$\begin{aligned} R_{az} - 4 \cdot x &= 0 \\ x &= \frac{R_{az}}{4} = \frac{7,8}{4} = 1,95 \text{ m} \end{aligned}$$

Vzdálenost přechodového průřezu od konce nosníku a je tedy $2 + x = 2 + 1,95 = 3,95 \text{ m}$.

Hodnotu maximálního momentu M_{max} lze pak určit postupem zleva takto:

$$\begin{aligned} M_{max} &= R_{az} \cdot 3,95 - q \cdot \frac{1}{2} 1,95^2 = \\ &= 7,8 \cdot 3,95 - 4,0 \cdot 0,5 \cdot 1,95^2 = \underline{23,205 \text{ kNm}} \end{aligned}$$