

Vysoké učení technické v Brně
Fakulta stavební
Ústav stavební mechaniky

**STATISTICKÉ ASPEKTY MODERNÍCH KOMPOZITNÍCH
MATERIÁLŮ**

STATISTICAL ASPECTS OF MODERN COMPOSITE
MATERIALS

Ing. Václav Sadílek

Obor: Konstrukce a dopravní stavby

Školitel: doc. Ing. Miroslav Vořechovský, Ph.D.

Obsah

1	Úvod	1
2	Kompozit s krátkými vlákny porušený trhlinou	4
2.1	Geometrie náhodně rozmístěných vláken	4
2.2	Pravděpodobnost průniku vlákna s rovinou	6
2.3	Počet vláken protínajících rovinu	7
2.4	Geometrie vláken protínajících rovinu	8
2.5	Numerický příklad – počet vláken přemost'ujících trhlinu	10
3	Statistické vyhodnocení parametrů svazků vláken	11
3.1	Experimentální data	11
3.2	Náhodné parametry interakce vlákna s maticí	12
3.3	YMBMicro	16
4	Výpočet statistik funkce nezávislých náhodných veličin	17
4.1	Implementace v jazyce Python	17
4.2	SPIRRID	20
5	Závěr	22
	Literatura	25
	Summary	27

1 Úvod

Mezi nejběžněji používané materiály ve stavebnictví patří beton a jiné podobné kompozity na bázi cementu. Jedná se o vysoce heterogenní materiál s kvazikřehkým chováním. Tyto materiály mají díky svým vlastnostem a výrobní technologii velmi široký rozsah použitelnosti. Jejich hlavní výhodou je možnost dalšího vývoje a přizpůsobení novým funkčním požadavkům vycházejícím z nových způsobů použití v konstrukcích (zdokonalené materiály na bázi cementu, textilní beton, vláknobeton, vysokohodnotný beton, kompozity s tahovým ztužením atd.).

Předložená dizertační práce je zaměřena na vybrané statistické aspekty kompozitů s kvazikřehkou maticí, především kompozitů vyztužených nestrukturovanou krátkou výztuží (drátkobeton, vláknobeton) a strukturovanou výztuží (klasická betonářská výztuž, předpínací výztuž, textilní rohože z vysokopevnostních svazků). Základním požadavkem u moderních kompozitů je duktilní odezva v pozdější fázi zatěžování, která avizuje celkovou poruchu konstrukčního prvku rozvojem velkého množství mikrotrhlin doprovázeným značnou disipací energie.

Beton vyztužený krátkými vlákny (FRC – Fiber Reinforced Concrete) je relativně nový materiál, který rozšiřuje aplikační možnosti betonu. V dnešní době je běžně využíván např. při výrobě průmyslových podlah. Vlákna ve vláknobetonu pozitivně ovlivňují makroskopické chování kompozitu a zvyšují tlakovou a tahovou pevnost, tuhost, lomovou houževnatost, rázovou houževnatost, atd. Tohoto chování je dosaženo přidáním relativně malého množství (1–3 %) vláken do betonové směsi. Vlákna jsou v dnešní době vyráběna z mnoha materiálů různých vlastností: ocel, alkali-rezistentní sklo, aramid, uhlíková vlákna (carbon) atd. Zkušenosti ukazují, že tento objemový podíl vláken dokáže efektivně přemostit vznikající trhliny a zajistí rozvoj mnoha rozproštěných mikrotrhlin. To umožňuje disipovat větší množství energie před dosažením poruchy konstrukce.

Vývojem textilního betonu se aktivně zabývají například pracovníci dvou německých pracovišť (Cáchy, Drážďany), kteří mimo jiné vyvíjejí výztužné textilie ze skla, karbonu, polypropylenu a aramidu. Zkoumání technologie výroby uvedených kompozitů je těžištěm usilovné práce mnoha odborníků. Svazky, které se používají pro výrobu výztužných textilií, se skládají z velkého množství vláken (stovky až tisíce) o průměru v řádu desítek mikrometrů. Tyto textilie se nejčastěji používají jako nenosná výztuž např.: pro výrobu fasádních panelů, potrubí, vyztužení tenkých vrstev (omítek) k zachycení rozvoje mikrotrhlin, u rekonstrukcí, k zesilování konstrukcí aj. Zejména lze vyzdvihnout tvarovou flexibilitu konstrukcí a konstrukčních prvků [4].

Jednou z nejdůležitějších vlastností kompozitů pro návrh konstrukcí je jejich materiálová pevnost a odolnost proti šíření trhlin spolu s velkým deformačním rozsahem při malém poklesu nominálního napětí. Schopnost predikce pevnosti je tedy zcela zásadní pro bezpečný a ekonomický návrh konstrukcí. Velký problém, se kterým se



Obrázek 1: Prototyp konstrukce z textilního betonu (Aachen). [4]

modely pro predikci pevnosti musejí potýkat, je vysoká nepravidelnost vnitřní materiálové struktury, její nahodilost a značný rozptyl vlastností materiálových komponent. Tyto faktory hrají významnou roli při způsobu přenášení namáhání uvnitř materiálu a určitá asynchronnost rozvoje porušení pramenící z heterogenity materiálu je hlavním důvodem specifické mechanické odezvy kompozitů.

Pravděpodobnostní predikce odezvy kompozitu s kvazikřehkou nebo křehkou maticí je důležitá pro bezpečný a ekonomický návrh konstrukce z těchto materiálů. Správný návrh konstrukce je podmíněn volbou vhodného numerického modelu a materiálových parametrů, které umožňují porozumět komplikovaným jevům probíhajícím v kompozitech. Z důvodu problematického bezpečného návrhu konstrukce a neexistence normativních předpisů tyto materiály zatím nejsou běžně používány jako nosná výztuž konstrukčních prvků (kromě některých experimentálních konstrukcí). Proto se využívá kombinace obou způsobů vyztužování: jak běžnou ocelovou výztuží, tak vlákny (příp. drátky). Zkoumání těchto materiálů s přihlédnutím ke statistickým aspektům je důležité pro vývoj normativních předpisů a standardizaci návrhových postupů.

Práce se v kapitole 2 zabývá určením statistik a pravděpodobnostního rozdělení náhodného počtu vláken, kotevní délky a úhlu natočení vláken přemost'ujících trh-



Obrázek 2: Most z textilního betonu v Kempten (Allgäu), délka 17 m, výroba laminováním a střikáním.

linu. Od uvažování nejjednoduššího případu, kdy jsou krátká vlákna rovnoměrně rozmístěna uvnitř kompozitu a zastoupení úhlů natočení vláken je uvažováno také rovnoměrné. Dalším krokem je zahrnutí vlivů (např. okrajů nebo výrobních procesů), které určitým způsobem ovlivní rovnoměrnost polohy nebo natočení vláken.

Síla přenášená kompozitem porušeným trhlinou závisí na interakci mezi vláknem a matricí. U skleněných vláken jsou to parametry – poloměr, míra kontaktu s matricí (contact fraction), volná délka (bond free length) a relativní protažení vlákna před jeho aktivací (slack). V práci je popsán způsob získání statistických dat z experimentů (viz kapitola 3), provedených na několika typech svazků skleněných vláken zalitých v cementové matrici, potřebných pro funkci odezvy svazku vytahovaného z matrice. Tato vlákna jsou používána především jako strukturovaná výztuž ve formě výztužných textilií (textilní beton).

Pro odhad střední hodnoty odezvy vlákna nebo svazku, která je funkcí mnoha nezávislých náhodných veličin, je použit výpočet pomocí vícerozměrných pravděpodobnostních integrálů, viz kapitola 4. Pokročilá počítačová implementace programu pro výpočet těchto integrálů je provedena v programovacím jazyce Python a C.

2 Kompozit s krátkými vlákny porušený trhlinou

V této kapitole bude popsán postup určení počtu vláken přemost'ujících rovinu trhliny na základě: (a) známé geometrie vzorku a vláken a jejich objemovém podílu a (b) náhodné polohy a natočení vlákna uvnitř FRC vzorku. Bude popsána geometrie vzorku a vlákna, způsob definování polohy vlákna a jeho natočení a výpočet pravděpodobnosti průniku vlákna s rovinou trhliny. Odvozené analytické vztahy jsou ověřeny numerickými simulacemi na konkrétním vzorku a výsledné hodnoty jsou uvedeny v poslední části této kapitoly.

Předpoklady použité v této kapitole jsou: (i) možné průniky vláken uvnitř kompozitu jsou ignorovány vzhledem k relativně malému objemovému podílu vláken a tudíž jsou vlákna uvažována nezávislá; (ii) natočení a poloha vláken je homogenní uvnitř celého objemu, tj. neuvažujeme např. závislost natočení vláken ve směru toku směsi (viz [7] a [13]); (iii) neuvažujeme shluky vláken, které mohou vzniknout během výrobního procesu.

2.1 Geometrie náhodně rozmístěných vláken

Poloha a orientace každého vlákna uvnitř třírozměrného vlákna vyztuženého vzorku může být popsána pomocí pěti proměnných. Kompozit je uvažován jako kvádr o objemu $V_t = L_x L_y L_z$ (viz obr. 3a). Všechny tři délky stran jsou uvažovány delší než dvojnásobek délky vlákna ℓ . Počátek souřadného systému je umístěn v místě řezné roviny a posun vzorku je prováděn ve směru osy x o posun δ zatímco souřadný systém zůstává nezměněn (posun δ splňuje podmínku $|\delta| \leq L_x/2$). Každé vlákno může být definováno pomocí tří kartézských souřadnic polohy středu vlákna x , y a z a párem nezávislých úhlů jeho natočení, viz obr. 3. Ze všech možných dvojic úhlů byl zvolen (i) úhel φ_x mezi vláknem a osou x a (ii) úhel φ_y mezi vláknem a osou y , viz obr. 3c. Předpokládáme náhodné rozmístění a natočení vláken uvnitř objemu vzorku, a proto s těmito pěti geometrickými deskriptory pracujeme jako s náhodnými veličinami.

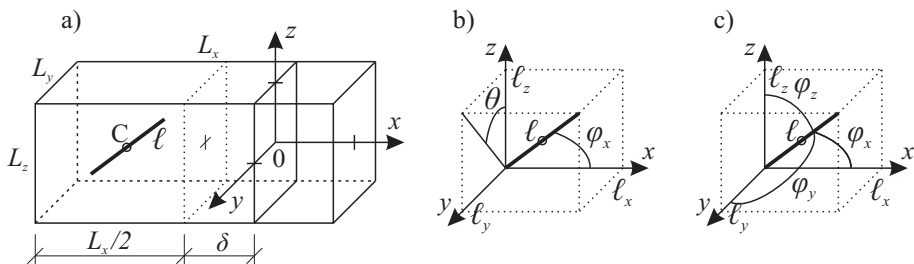
Předpokládejme, že středy vláken jsou zcela rovnoměrně rozmístěny uvnitř objemu vzorku (okraje vzorku nemají vliv na umístění, viz obr. 4). Natočení vláken a souřadnice polohy jejich středů x , y a z jsou nezávislé veličiny.

Abychom mohli najít rozdělovací funkci dvou úhlů, které vedou k rovnoměrnému zastoupení všech možných natočení vláken, definujeme hustotu pravděpodobnosti úhlu φ_x jako:

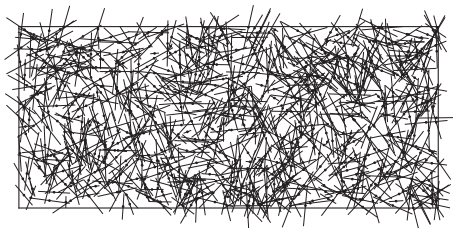
$$f_{\varphi_x}(\varphi_x) = \begin{cases} \sin \varphi_x & \text{pro } \varphi_x \in \langle 0; \frac{\pi}{2} \rangle \\ 0 & \text{jinak} \end{cases} \quad (1)$$

a hustotu úhlu φ_y :

$$f_{\varphi_y}(\varphi_y) = \begin{cases} \frac{1}{2} \sin \varphi_y & \text{pro } \varphi_y \in \langle 0; \pi \rangle \\ 0 & \text{jinak} \end{cases} \quad (2)$$



Obrázek 3: Geometrie – (a) Umístění souřadného systému uvnitř vzorku o objemu $L_x L_y L_z$. (b) Popis natočení vlákna pro počítačové simulace: $\ell_x = \ell \cos(\varphi_x)$, $\ell_y = \ell \sin(\theta) \sin(\varphi_x)$, $\ell_z = \ell \cos(\theta) \sin(\varphi_x)$. (c) Popis natočení vlákna vzhledem k souřadným osám (úhly): $\ell_x = \ell \cos(\varphi_x)$, $\ell_y = \ell \cos(\varphi_y)$, $\ell_z = \ell \cos(\varphi_z)$.



Obrázek 4: Vlákna vyztužený vzorek simulovaný metodou Monte Carlo – pohled ve směru osy y . Vlákna mohou přesahovat okraje vzorku.

Poznamenejme, že při počítačovém generování je vhodné pracovat s úhlem θ rovnoměrně rozděleným na intervalu $(0, 2\pi)$ místo úhlu φ_y , viz obr. 3b.

Na základě znalosti hustot dvou nezávislých úhlů můžeme sestavit sdružené hustoty pravděpodobnosti polohy a natočení vlákna. Sdružená hustota pravděpodobnosti všech pěti nezávislých veličin polohy a natočení je dána součinem pěti marginálních hustot:

$$f_{xyz\varphi_x\varphi_y}(x, y, z, \varphi_x, \varphi_y) = \sin(\varphi_x) \frac{\sin(\varphi_y)}{2} \frac{1}{L_x L_y L_z} \quad (3)$$

Z této sdružené hustoty je snadné získat např. hustotu náhodné veličiny x (náhodná poloha vlákna vzhledem k ose x). Toto rozdělení je rovnoměrné na intervalu S :

$$S_x = \left\langle -\frac{L_x}{2} + \delta; +\frac{L_x}{2} + \delta \right\rangle \quad (4)$$

Zbývající dvě souřadnice jsou rovnoměrně rozdělené na intervalu:

$$S_i = \left\langle -\frac{L_i}{2}; +\frac{L_i}{2} \right\rangle \quad (5)$$

kde i je buď souřadnice y nebo z . Marginální hustota veličiny x má tvar:

$$f_x(x) = \begin{cases} \frac{1}{L_x} & \text{pro } x \in S_x^A \\ 0 & \text{jinak} \end{cases} \quad (6)$$

Pětirozměrná oblast identifikovaných náhodných veličin je specifikována v rovnicích (1), (2), (4), (5). Správnost sdružené hustoty pravděpodobnosti můžeme snadno ověřit integrací přes všech pět náhodných veličin, výsledná hodnota se musí rovnat jedné.

Výše specifikovaná sdružená hustota pravděpodobnosti (3) platí pro obecný 3D případ. Dále se budeme zabývat pouze případem, ve kterém je řezná rovina (trhlina) kolmá na osu x (viz obr. 3a). V tomto konkrétním případě výsledky nezávisí na souřadnicích polohy středu y a z a na natočení φ_y . Dále proto budeme souřadnice y a z a úhel natočení φ_y ignorovat. Poloha vlákna může být popsána pomocí sdružené hustoty pravděpodobnosti dvojice veličin x a φ_x . Upravené sdružené hustoty pravděpodobnosti mohou být získány z (3) integrací přes všechna možná y , z a φ_y . Sdružená hustota pravděpodobnosti má potom tvar:

$$f_{x\varphi_x}(x, \varphi_x) = \frac{\sin(\varphi_x)}{L_x} \quad (7)$$

2.2 Pravděpodobnost průniku vlákna s rovinou

Abychom mohli vypočítat sílu přenášenou vlákny, musíme stanovit celkový počet vláken k přemost'ujících trhlinu (rovinu). Tento počet k je náhodná veličina. Úlohu pro výpočet rozdělení počtu vláken k z celkového počtu vláken n uvnitř kompozitu může být zjednodušena na úlohu výpočtu pravděpodobnosti průniku jednoho vlákna s rovinou. Jakmile známe tuto pravděpodobnost p pro určitou polohu roviny, můžeme pro počet vláken k použít binomické rozdělení. Podmínka průniku vlákna s rovinou je:

$$-\frac{1}{2}\ell \cos \varphi_x \leq x \leq \frac{1}{2}\ell \cos \varphi_x \quad (8)$$

kde $\ell \cos(\varphi_x)$ je průmět vlákna do osy x . Tuto podmínku můžeme zapsat pomocí indikátorové funkce $\mathbf{1}_A(x)$. Indikátorová funkce signalizuje výskyt prvků X v podmnožině A , nabývá hodnotu 1 pro všechny prvky uvnitř A (průnik) a hodnotu 0 pro

všechny členy X mimo podmnožinu A . Matematicky můžeme použít následující indikátorovou funkci:

$$\mathbf{1}_A(x) = \mathbf{1}_A\left(\frac{1}{2}\ell \cos(\varphi_x) - |x|\right) \quad (9)$$

Poznamenejme, že uvažujeme velmi tenké vlákno, a proto vliv průměru je v indikátorové funkci zanedbán. Poloha trhliny není uvažována v bezprostřední blízkosti okrajů vzorku, ale ve vzdálenosti přesahující délku vlákna $\ell/2$.

Dále budeme pro zjednodušení zápisu používat následující označení veličin $L \equiv L_x$ a $\varphi \equiv \varphi_x$.

Pravděpodobnost průniku vlákna s rovinou trhliny se vypočítá jako integrál sdružené hustoty (7), vynásobený indikátorovou funkcí, přes všechny možné polohy x a natočení φ :

$$p = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_{-\frac{\ell}{2}+\delta}^{\frac{\ell}{2}+\delta} \frac{\sin \varphi}{L} \mathbf{1}_A\left(\frac{\ell}{2} \cos \varphi - |x|\right) dx d\varphi \quad (10)$$

Je-li poloha roviny od hranice vzorku o polovinu délky vlákna, tj. v intervalu I: $|\delta| < \frac{1}{2}(L - \ell)$, pravděpodobnost protnutí vlákna je nezávislá na poloze δ roviny vzhledem k těžišti vzorku – řešení rovnice (10) má tvar:

$$p_I(\delta; \ell; L) = p(\ell; L) = \frac{1}{2} \frac{\ell}{L} \quad (11)$$

Na intervalu II v blízkosti okrajů vzorků, tj. pro $|\delta| \geq \frac{1}{2}(L - \ell)$, se pravděpodobnost snižuje podle vztahu:

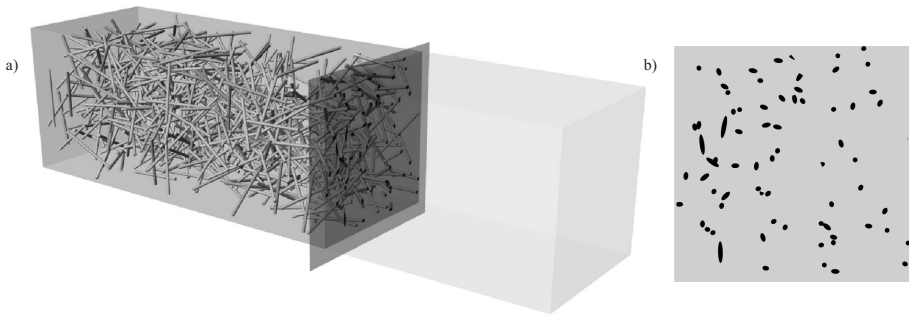
$$p_{II}(\delta; \ell; L) = \frac{1}{4\ell L} [\ell^2 - 3L^2 - 4\delta\ell + 2L\ell + 12L\delta - 12\delta^2] + \frac{(L - 2\delta)^2}{2\ell L} \quad (12)$$

V limitě, kdy $\delta = \frac{L}{2}$, pravděpodobnost klesá na hodnotu $p = \frac{1}{4} \frac{\ell}{L}$.

2.3 Počet vláken protínajících rovinu

Nyní se budeme zabývat určením počtu vláken k z celkového počtu n uvnitř vzorku, která protínají rovinu (trhlinu) (viz obr. 5). Celkový počet vláken n uvnitř kompozitu můžeme vypočítat z objemového podílu vláken v_f , objemu jednoho vlákna V_f a celkového objemu vzorku V_t :

$$v_f = \frac{nV_f}{V_t} = \frac{nA_f\ell}{A_cL} \Rightarrow n = v_f \frac{A_cL}{A_f\ell} \quad (13)$$



Obrázek 5: (a) Vlákna náhodně rozmístěná uvnitř 3D objemu protnutého rovinou (trhlinou). (b) Pohled na řeznou rovinu – tvar průřezové plochy vláken.

kde A_f je průřezová plocha jednoho vlákna a A_c je průřezová plocha vzorku $L_y L_z$.

Proces řezání vzorku obsahujícího n vláken může být modelován jako n nezávislých Bernoulliho pokusů s pravděpodobností úspěchu p . Pravděpodobnost p průniku vlákna s rovinou byla odvozena v předchozí části a nabývá hodnot z intervalu $(0, 1)$. Náhodná veličina k má potom binomické rozdělení $\text{Bi}(n, p)$ a pravděpodobnostní funkce p_k náhodného počtu k má tvar:

$$p_k = P(K = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{(n-k)} \quad (14)$$

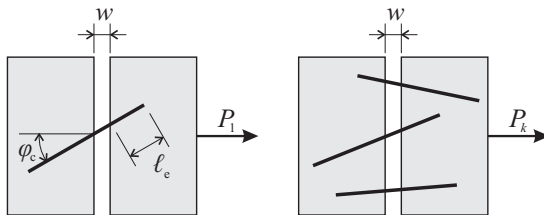
Pro střední hodnotu a rozptyl počtu vláken protínajících rovinu platí:

$$\begin{aligned} E[k] &= \mu_k = np \\ D[k] &= \sigma_k^2 = np(1 - p) \end{aligned} \quad (15)$$

Toto binomické rozdělení může být aproximováno Poissonovým rozdělením s parametrem $\lambda = np$. Rozdělení počtu k může být také aproximováno normálním rozdělením se střední hodnotou a rozptylem definovanými v rovnici (15) (viz obr. 7).

2.4 Geometrie vláken protínajících rovinu

V této části budeme zkoumat rozdělení (i) náhodného úhlu a (ii) kotevní délky vláken protínajících rovinu trhliny. Připomeňme, že jsou zde uvedeny výsledky pro rovinu umístěnou mimo okrajové zóny, tj. v intervalu $I(|\delta| < \frac{1}{2}(L - \ell))$. Definujme dvě náhodné veličiny: (i) úhel φ_c vlákna, které protíná rovinu a (ii) kotevní délku ℓ_e , což je *kratší z délek* vlákna přemost'ujícího trhlinu nacházející se nalevo nebo napravo od trhliny (obr. 6).



Obrázek 6: Vlevo: Vlákno protínající rovinu trhliny. Vpravo: Trhlina přemostěná k vlákny. (ℓ_e – kotevní délka, w – šířka rozevření trhliny, φ_c – úhel natočení vlákna protínajícího rovinu, P_1 – síla přenášaná jedním vláknem, P_k – síla přenášaná k vlákny)

Hustota pravděpodobnosti úhlu φ_c může být získána integrováním sdružené hustoty pravděpodobnosti (7), násobené indikátorovou funkcí a vydělená pravděpodobností p_I , přes oblast x (tj. interval S_x (4)):

$$f_{\varphi_c}(\varphi) = \frac{1}{p_I} \int_{S_x} f_{x\varphi}(x, \varphi) \mathbf{1}_A \left(\frac{\ell}{2} \cos \varphi - |x| \right) dx \quad (16)$$

Hustota pravděpodobnosti úhlu φ_c , pod kterým vlákna protínají rovinu je:

$$f_{\varphi_c}(\varphi_c) = \begin{cases} \sin(2\varphi_c) & \text{pro } \varphi_c \in \langle 0; \frac{\pi}{2} \rangle \\ 0 & \text{jinak} \end{cases} \quad (17)$$

Potom střední hodnota (=median=modulus) úhlu φ_c je:

$$E[\varphi_c] = \int_{\varphi_c=0}^{\frac{\pi}{2}} \varphi_c \sin(2\varphi_c) d\varphi_c = \frac{\pi}{4} \quad (18)$$

Jinými slovy, nejfrekventovanější úhel vláken protínajících rovinu je 45° , což je poměrně nepříznivý úhel pro přenos síly vlákny.

Kotevní délka vlákna ℓ_e se vypočítá ze známé polohy středu vlákna x a jeho natočení φ_x jako:

$$\ell_e = \max \left(0, \frac{\ell}{2} - \frac{|x|}{\cos \varphi_x} \right) \quad (19)$$

Kotevní délka ℓ_e , ve střední části nosníku (interval I, pro obě varianty), má rovnoměrné rozdělení na intervalu $(0, \frac{\ell}{2})$ s hustotou pravděpodobnosti:

$$f_{\ell_e}(\ell_e) = \frac{2}{\ell} \quad (20)$$

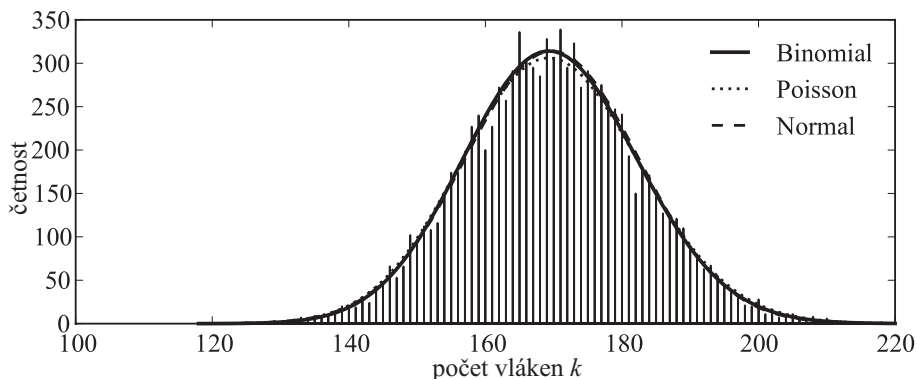
a střední hodnota je potom:

$$E[\ell_e] = \frac{1}{4}\ell \quad (21)$$

Sdružená hustota pravděpodobnosti dvojice $(\varphi_c \text{ a } \ell_e)$ může být jednoduše sestavena, pro střední část vzorku (interval I), jako součin marginálních hustot, tj. součin výrazů (17) a (20).

2.5 Numerický příklad – počet vláken přemost'ujících trhlinu

Pro ověření výše získaných analytických výsledků byly provedeny numerické simulace. Uvažujme vzorek o rozměrech $L_x = 0.1$ m, $L_y = L_z = 0.04$ m a délku drátků $\ell = 0.01$ m, průměr $d_f = 0.3$ mm, počet vláken $n = 1\,997$ (tento počet odpovídá objemovému podílu $v_f = 1.5$ %) a řezná rovina je umístěna v těžišti vzorku $\delta = 0$. Pravděpodobnost průniku vlákna s rovinou trhliny (11) je $p = 0.05$. Bylo provedeno 10 000 Monte Carlo simulací a získaný histogram je možné velmi dobře aproximovat pomocí rozdělení zmíněných v části 2.3 (binomické, Poissonovo a normální – viz obr. 7). Střední hodnota a směrodatná odchylka počtu vláken protínajících rovinu je pro všechna rozdělení přibližně $\mu \approx 169.7$ a $\sigma \approx 12.8$.



Obrázek 7: Histogram náhodného počtu vláken protínajících rovinu – aproximace pomocí binomického, Poissonova a normálního rozdělení.

Výsledky kapitoly byly publikovány v jednom recenzovaném časopise [8] a na několika lokálních [9, 10, 11] i zahraničních konferencích [6, 12].

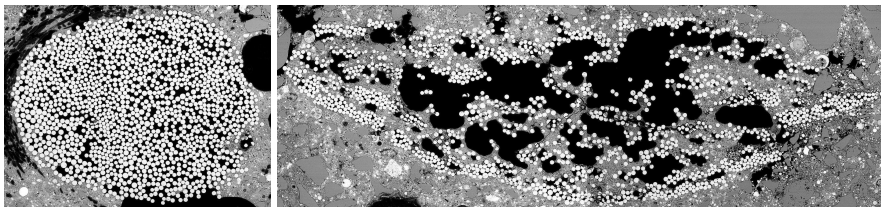
3 Statistické vyhodnocení parametrů svazků vláken

Tato kapitola popisuje statistické vyhodnocení experimentálních dat svazků skleněných vláken zalitých v cementové matrici a získání histogramů veličin potřebných pro pravděpodobnostní výpočet odezvy vlákna vytahovaného z matrice (pullout). Tato vlákna jsou obvykle využívána jako strukturovaná výztuž ve formě textilií (textilní beton). Vyhodnocení mikrostruktury v průřezu vlákna bylo prováděno pomocí analýzy obrazových dat získaných elektronovým mikroskopem. YMBMicro (Yarn-Matrix-Bond Microstructure analysis) je program pro analýzu mikrostruktury svazku vláken, který vznikl během mého studijního pobytu na RWTH Aachen pod vedením Dr. Rosislava Chudoby z katedry konstrukčního betonu fakulty stavební.

3.1 Experimentální data

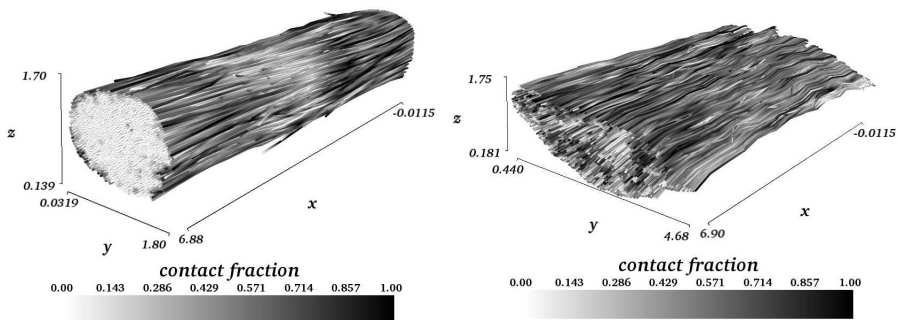
Data jsou získána ze vzorků svazků skleněných vláken zalitých do cementové matrice. Vzorek skleněného vlákna zalitého do matrice je zbrušován po úsecích cca 0.5 mm a pomocí elektronového mikroskopu (SEM) jsou tyto řezy (obr. 8) snímány a získané snímky jsou analyzovány pomocí softwaru vyvíjeného na RWTH Aachen (Ústav geodézie), který identifikuje polohu vlákna, jeho poloměr, informace o kontaktu s matricí a propojení jednotlivých vláken mezi řezy. Celkově je k dispozici 14 řezů pro každý svazek vláken (délka vzorku je tedy přibližně 7 mm). Příprava vzorků a způsob identifikace je detailněji popsán v článku [5].

Experimenty jsou provedeny na několika typech vláken. V této kapitole budou uvedeny výsledky dvou typů: (i) MAG a (ii) VET. Svazek MAG má kruhový průřez a je tvořen přibližně $n_f = 1750$ vlákeny, která jsou stažena omotávkou. Toto stažení snižuje schopnost proniknutí matrice k vnitřním vláknům svazku. Svazek VET je plochý svazek tvořený asi $n_f = 1450$ vlákeny, která jsou rozvolněna, což umožňuje lepší penetraci matrice do svazku.



Obrázek 8: Snímky elektronovým mikroskopem řezu svazku vláken. Vlevo: MAG, vpravo: VET.

Na obrázku 9 jsou z naidentifikovaných dat zpětně sestaveny geometrické modely svazků vláken a na jednotlivých vláknech je zobrazena míra kontaktu s matricí (0 – bez kontaktu, 1 – dokonalý kontakt). Na průřezu svazku MAG (obr. 9 vlevo) je vidět velké množství vláken bez kontaktu, která jsou obalena tenkou vrstvou vláken, která jsou v kontaktu s matricí. Na svazku VET (obr. 9 vpravo) je zřejmé lepší proniknutí matrice dovnitř svazku díky jeho provzdušněnosti.



Obrázek 9: Geometrický model obou typů vláken z informací identifikovaných na jednotlivých SEM snímcích. Vlevo: MAG, vpravo: VET. (0 – bez kontaktu, 1 – dokonalý kontakt)

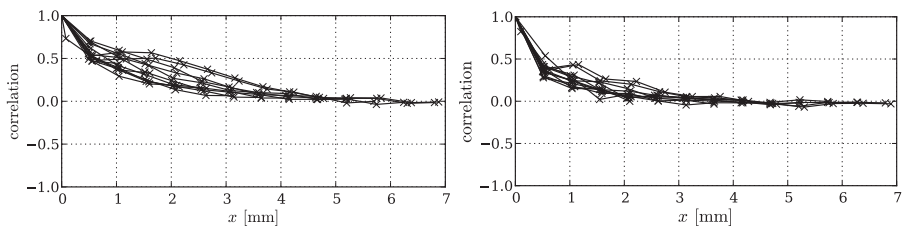
3.2 Náhodné parametry interakce vlákna s matricí

V této části budou popsány statistiky parametrů, a způsob jejich získání, pro funkci definující vytahování vlákna z matrice získané z experimentálních dat. Pomocí Spearmanova korelačního koeficientu je proveden odhad autokorelační funkce mezi daty získanými v jednotlivých řezech. Spearmanův (neparametrický) korelační koeficient, který se vypočítá podle vztahu:

$$\rho_{X,Y} = \text{corr}(X, Y) = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{E[(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)]}{\sigma_X \sigma_Y} \quad (22)$$

kde X a Y jsou pořadová čísla přiřazená hodnotám náhodné veličiny podle velikosti.

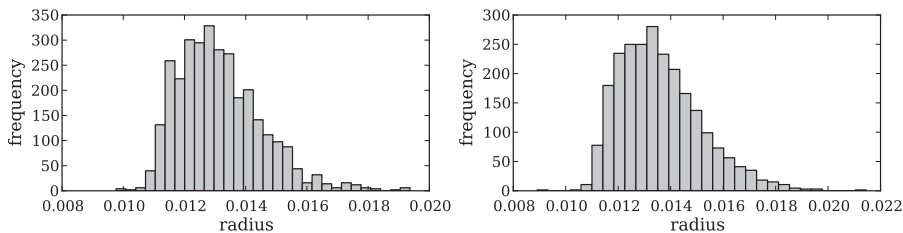
Především nás zajímá korelační koeficient hodnot míry kontaktu s matricí (obr. 10) mezi jednotlivými řezy. Z odhadnutých autokorelačních funkcí vyplývá, že vzdálenost řezů není větší než autokorelační délka. Korelační koeficient mezi dvěma sousedními řezy u vláken MAG i VET je přibližně 0.5, můžeme tedy říci, že hustota řezů je dostatečná a získaná data jsou interpolovatelná.



Obrázek 10: Odhad autokorelační funkce funkce míry kontaktu s matricí. Vlevo: MAG, vpravo: VET.

Poloměr

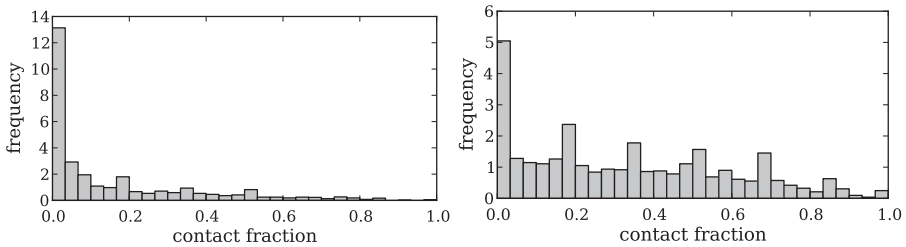
Z experimentálních dat byly získány také statistiky poloměrů vláken r . Svazky typu MAG mají střední hodnotu $\mu_r = 1.314 \cdot 10^{-2}$ mm a směrodatnou odchylku $\sigma = 1.373 \cdot 10^{-3}$ mm a svazky VET mají střední hodnotu $\mu_r = 1.359 \cdot 10^{-2}$ mm a směrodatnou odchylku $\sigma = 1.567 \cdot 10^{-3}$ mm. Histogramy poloměrů na obr. 11 jsou sestaveny ze všech naměřených hodnot na svazku ($\approx 20\,000$).



Obrázek 11: Histogramy poloměrů vláken ze všech řezů provedených na svazku. Vlevo: MAG, vpravo: VET.

Kontakt s matricí

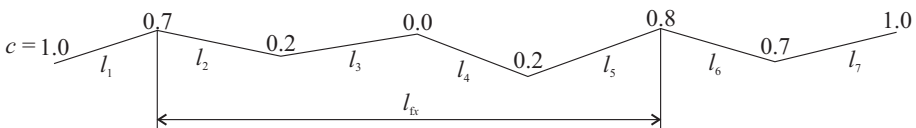
Míra kontaktu s matricí (contact fraction) nabývá hodnot z intervalu $c \in \langle 0, 1 \rangle$: 0 – žádný kontakt, 1 – dokonalý kontakt. Na histogramech (obr.12) je vidět, že pro svazek MAG má velmi velké množství vláken nulový kontakt s matricí (způsobeno stažením svazku omotávkou a z toho vyplývající nízkou penetrací matrice do svazku), kdežto u svazku VET je kontakt s matricí rovnoměrnější (díky rozvolnění svazku).



Obrázek 12: Histogramy míry kontaktu s matricí celého svazku. Vlevo: MAG, vpravo: VET.

Volná délka

Trajektorie vlákna je dána propojením naidentifikovaných vláken v jednotlivých řezech pomocí lineární interpolace, z čehož se vychází při odvozování následujících veličin – volná délka (bond free length) a vlnitost (slack). Jediným parametrem, který ovlivňuje tyto dvě hodnoty je limitní hodnota míry kontaktu c_{lim} , která udává kdy je vlákno možné považovat za volné a kdy za uchycené. Dále budeme uvažovat $c_{lim} = 0.5$. Volná délka vlákna (obr. 13) je definována jako suma dílčích délek mezi dvěma řezy l_i , mezi kterými je míra kontaktu c s matricí menší než určitá limitní hodnota c_{lim} , tedy délka, na které vlákno není uchyceno v matrici. Budeme uvažovat dvě volné délky: skutečná délka $l_f = \sum l_i$ a délka získaná sumou průmětů dílčích délek mezi řezy do osy x , $l_{fx} = \sum l_{ix}$. Na histogramech (obr. 14) je vidět u svazku MAG zastoupení velkého množství vláken volných v celé délce svazku.

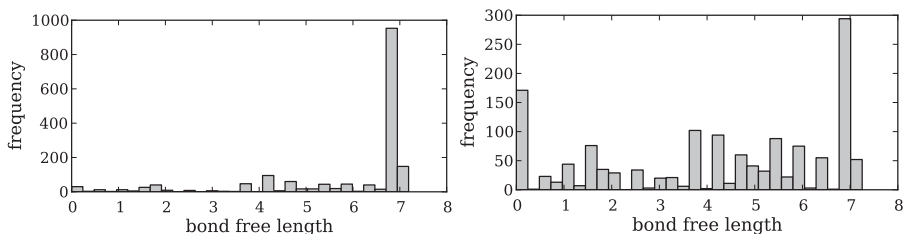


Obrázek 13: Vzorové vlákno s vyznačenými hodnotami míry kontaktu s matricí a z toho vyplývající volnou délkou l_{fx} . ($c_{lim} = 0.5$)

Relativní protažení vlákna před jeho aktivací

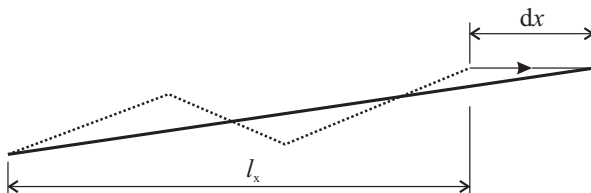
Relativní protažení vlákna (slack) θ je způsobeno jeho vlnitostí (oddaluje začátek přenosu síly vláknem) (obr. 15) a je dáno vztahem:

$$\theta = \frac{dx}{l_{fx}} \quad (23)$$

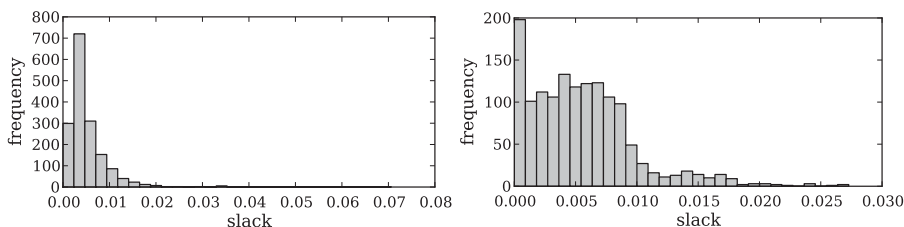


Obrázek 14: Histogram volných délek vláken vyhodnocený v řezu uprostřed svazku. Vlevo: MAG, vpravo: VET.

kde dx posun koncového bodu vlákna, aby došlo k jeho napnutí a l_{fx} je průmět délky vlákna do osy x před jeho napnutím. Histogramy na obr. 16 jsou z dat získaných ve středním řezu svazku.



Obrázek 15: Určení vlnitosti pro vzorový případ segmentu vlákna bez kontaktu s maticí.



Obrázek 16: Histogram vlnitosti vyhodnocený v řezu uprostřed svazku. Vlevo: MAG, vpravo: VET.

3.3 YMBMicro

YMBMicro (Yarn-Matrix-Bond Microstructure analysis) je počítačová aplikace určená pro analýzu experimentálních dat získaných ze svazků vláken zalitých do cementové matrice, který byl vytvořen v rámci dizertační práce. Převážná část vývoje této aplikace probíhala během stáže na RWTH Aachen pod vedením Dr. Chudoby. Výsledky uvedené v dizertační práci byly vypočteny v tomto programu.

Výsledky byly publikovány na dvou zahraničních konferencích [1, 2].

4 Výpočet statistik funkce nezávislých náhodných veličin

Odezva vlákna je funkcí mnoha nezávislých náhodných veličin. Hledají se statistiky funkce (např. odezvy vlákna), aby bylo možné predikovat např. střední odezvu vlákna a zhodnotit její variabilitu. Problém lze převést na aproximaci pravděpodobnostních integrálů. Cílem je navrzení obecné a přitom efektivní implementace kódu, který potřebné pravděpodobnostní integrály vypočítá. Cílem je výpočet statistických momentů náhodné veličiny Q definované jako funkce proměnné ε a náhodných veličin $\theta_1 \dots \theta_n$:

$$Q = q(\varepsilon; \theta_1, \dots, \theta_n) \quad (24)$$

i -tý statistický moment takovéto veličiny je

$$\mu_i(\varepsilon) = \int_{\Theta} [q(\varepsilon; \theta)]^i g(\theta) d\theta. \quad (25)$$

Jelikož jsou zde uvažovány pouze nezávislé náhodné veličiny, můžeme sdruženou hustotu pravděpodobnosti $g(\theta)$ (PDF) nahradit součinem jednorozměrných marginálních hustot

$$\mu_i(\varepsilon) = \int_{\Theta_1} \dots \int_{\Theta_n} [q(\varepsilon; \theta)]^i g_1(\theta_1) \dots g_n(\theta_n) d\theta_1 \dots d\theta_n. \quad (26)$$

Integrace je provedena numericky použitím sumy přes diskretizovanou náhodnou oblast

$$\mu_i(\varepsilon) = \sum_{\Theta_1} \dots \sum_{\Theta_n} \underbrace{[q(\varepsilon; \theta)]^i}_{Q^i} \underbrace{g_1(\theta_1) \dots g_n(\theta_n) \Delta\theta_1 \dots \Delta\theta_n}_{\Delta G} \quad (27)$$

4.1 Implementace v jazyce Python

V této části bude předveden způsob implementace funkce odezvy s dvěma $n_{\text{var}} = 2$ náhodnými parametry λ a ξ v programovacím jazyce Python:

$$q(\varepsilon; \lambda, \xi) = \lambda \varepsilon \cdot H(\xi - \varepsilon). \quad (28)$$

kde $H(x)$ je Heavisideova funkce, která vrací 0 pro $x < 0$ a 1 pro $x > 0$. Tato funkce vrací napětí pro dané přetvoření ε lineárně pružného křehkého vlákna s tuhostí λ a mezním přetvořením ξ .

Zapojíme-li více takovýchto vláken paralelně, která mají náhodné materiálové parametry λ , ξ , potom střední hodnotu odezvy vlákna uvnitř svazku vypočítáme jako:

$$\mu_q(\varepsilon) = \sum_{\Theta_\lambda} \sum_{\Theta_\xi} \underbrace{q(\varepsilon; \lambda, \xi)}_Q \underbrace{g_\lambda g_\xi \Delta\theta_\lambda \Delta\theta_\xi}_{\Delta G} \quad (29)$$

Nyní bude prezentován algoritmus implementující tuto funkci (29) v jazyce python. Nejprve jsou nadefinovány hustoty pravděpodobnosti parametrů λ a ξ – normální rozdělení. V dalším kroku je definiční obor obou parametrů Θ_λ a Θ_ξ rozdělen na $n_{\text{int}} = 20$ ekvidistantních hodnot, pro které je vypočtena funkční hodnota g_λ a g_ξ .

```

from scipy.stats.distributions import norm 1
import pylab as p # import plotting tool 2
from numpy import vectorize, linspace, zeros_like, sign, sum as nsum 3
n_int = 20 # number of discretization points 4
# set the mean and standard deviation of the two random variables 5
la_mean, la_stdev = 1.0, 0.2 6
xi_mean, xi_stdev = 10.0, 2.0 7
# construct the normal distributions and get the methods 8
# for the evaluation of the probability density functions 9
g_la = norm( loc = la_mean, scale = la_stdev ).pdf 10
g_xi = norm( loc = xi_mean, scale = xi_stdev ).pdf 11
# generate the grids for integration covering major part of the random domains 12
Theta_la = linspace( la_mean - ( 4 * la_stdev ), la_mean + ( 4 * la_stdev ), n_int ) 13
Theta_xi = linspace( xi_mean - ( 4 * xi_stdev ), xi_mean + ( 4 * xi_stdev ), n_int ) 14
# grid spacing 15
d_la = ( Theta_la[-1] - Theta_la[0] ) / n_int 16
d_xi = ( Theta_xi[-1] - Theta_xi[0] ) / n_int 17

```

Funkce odezvy je naimplementována podle rovnice (28):

```

def Heaviside( x ): 23
    ''' Heaviside function ''' 24
    return x >= 0 25
def q( e, la, xi ): 26
    ''' Response function of a single fiber ''' 27
    return la * e * Heaviside( xi - e ) 28

```

Přímá implementace rovnice (29) pomocí tří cyklů je zde uvedena pouze pro ilustraci: jeden cyklus pro získání hodnot v jednotlivých kontrolních přetvořeních ε a dva cykly přes definiční obor parametrů Θ_λ a Θ_ξ .

```

# prepare the sequence of the control strains in a numpy array 30
e_arr = linspace( 0, 20, 100 ) 31
# define an array of the same size as e_arr 32
mu_q_arr = zeros_like( e_arr ) 33
def loop_mu_q_e(): 34
    # loop over the control variable (strain) 35
    for i, e in enumerate( e_arr ): 36
        mu_q_e = 0.0 # interim variable for the summed stress contributions 37
        for la in Theta_la: # loop over lambda range (array of values) 38
            for xi in Theta_xi: # loop over xi range (array of values) 39
                dG = g_la( la ) * g_xi( xi ) * d_la * d_xi 40

```

```

mu_q_e += q( e, la, xi ) * dG
mu_q_arr[ i ] = mu_q_e

```

42

43

Tato implementace je velmi pomalá v porovnání s jazykem C (asi 1000x). Efektivnější implementace v jazyce Python je dosaženo s využitím balíčku numpy, který poskytuje efektivnější funkce pro práci s poli. Tato implementace je omezena velikostí fyzické paměti počítače. Paměť M potřebná pro výpočet je $M \propto n_{\text{int}}^{n_{\text{var}}}$.

```

dG_la = g_la( Theta_la ) * d_la
dG_xi = g_xi( Theta_xi ) * d_xi
dG_grid = dG_la[:, None] * dG_xi[None, :]
def mu_q_e( e ):
    ''' Summation / integration over the random domain '''
    q_e_grid = q( e, Theta_la[:, None], Theta_xi[None, :] )
    q_dG_grid = q_e_grid * dG_grid # element by element product of two (m,m) arrays
    return nsum( q_dG_grid ) # nsum has been imported at line 3 from numpy
mu_q_e_vct = vectorize( mu_q_e )
mu_q_arr = mu_q_e_vct( e_arr )
p.plot( e_arr, mu_q_arr )
p.show()

```

44

45

46

47

48

49

50

51

52

53

54

55

56

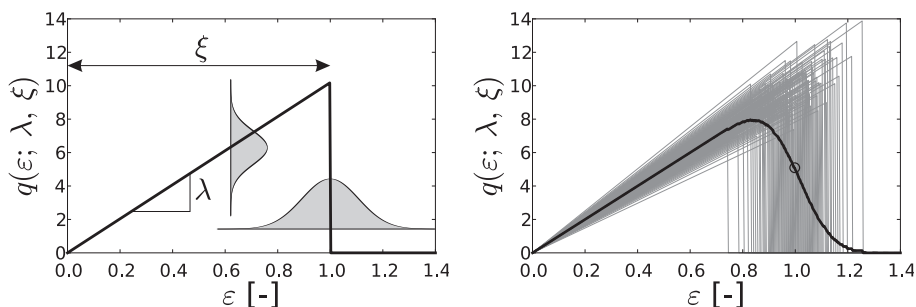
57

58

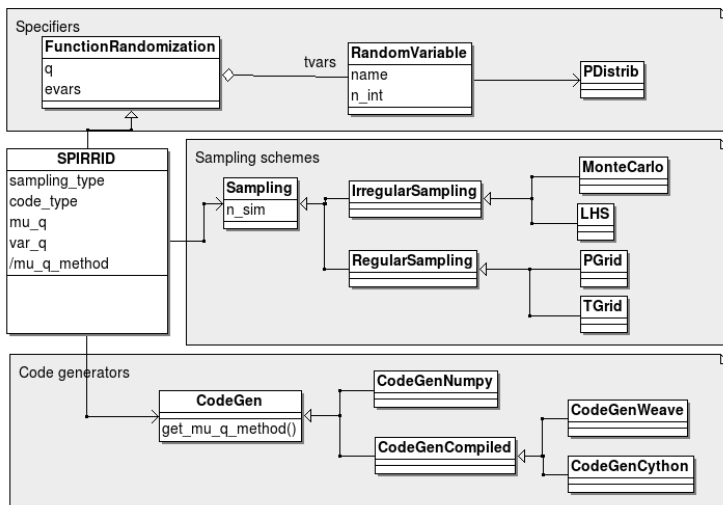
59

60

Na obrázku 17 jsou vykresleny střední hodnoty funkce dvou nezávislých veličin (29) pro daná přetvoření ε a vybrané realizace funkce (28).



Obrázek 17: Vlevo: Odezva vlákna definovaného jako dvouparametrická funkce (lineárně pružné vlákno s definovaným mezním přetvořením). Vpravo: Střední odezva jednoho vlákna (černá silná čára) a vybrané realizace funkce odezvy jednoho vlákna (lineárně pružné vlákno s definovaným mezním přetvořením) (šedé křivky).



Obrázek 18: UML diagram tříd obecné implementace algoritmu vícerozměrné numerické integrace.

4.2 SPIRRID

Balíček SPIRRID (obr. 18 – UML diagram tříd) obsahuje zobecněnou a rozšířenou implementaci numerické vícerozměrné integrace uvedené v dizertační práci. Tato aplikace umožňuje:

- zadání nové nebo již existující funkce (funkce odezvy) $q(\varepsilon, \theta)$, která může být definována jako funkce nebo jako instance třídy
- volba způsobu diskretizace domény náhodných veličin umožňuje výběr ze čtyř typů: (i) rovnoměrný rastr, (ii) rastr s konstantní pravděpodobností výběru, (iii) metoda Monte Carlo a (iv) metoda Latin Hypercube Sampling (LHS).
- volba implementace algoritmu vícerozměrné integrace: NumPy, Cython nebo C
- výpočet střední hodnoty funkce
- všechny parametry je možné flexibilně a interaktivně měnit. Závislosti jednotlivých proměnných jsou sledovány a program na tyto změny okamžitě reaguje (tj. při změně parametru jsou závislé hodnoty přepočítány).

V této kapitole dizertační práce byl popsán výpočet statistik náhodné veličiny, která je funkcí kontrolních veličin a libovolného počtu nezávislých náhodných vstupů a vytvoření univerzální šablony implementované v programovacím jazyce Python. Hlavním výsledkem je flexibilní výpočtový program SPIRRID pro výpočet více-rozměrných integrálů, který umožňuje výpočet statistik obecné funkce s náhodnými vstupy. Tento program byl použit pro výpočet síly přenášené ocelovým drátkem přemost'ujícím trhlinu (funkce náhodných veličin) v numerického příkladu v kapitole 2. Implementace popsaná v dizertační práci umožňuje jednoduché vytvoření grafického uživatelského rozhraní, které umožňuje flexibilní konfiguraci všech parametrů výpočtu.

Výsledky prezentované kapitoly jsou zaslány k posouzení a případné publikaci v impaktovaném časopise [3].

5 Závěr

Předložená práce řeší několik vybraných statistických aspektů moderních kompozitních konstrukcí. Společným jmenovatelem je práce s neurčitostmi a náhodnými veličinami. Jsou řešeny jak teoretické otázky, tak experiment a v neposlední řadě i počítačová implementace nových metod pomocí moderních softwarových nástrojů.

Kapitola 2 prezentuje dosažené výsledky při řešení úlohy určení počtu vláken přemost'ujících rovinu trhliny v kompozitu vyztuženém krátkými vlákny. S využitím znalosti objemového podílu vláken a tvaru vláken a vzorku byl předveden postup výpočtu náhodného počtu vláken přemost'ujících trhlínu pro dvě varianty: (i) středy vláken jsou rozmístěny po celé délce vzorku rovnoměrně (vlákna mohou přesahovat hranice vzorku) a (ii) středy vláken jsou rozmístěny rovnoměrně na upravených intervalech v závislosti na natočení vláken tak, aby vlákna nepřesahovala hranice vzorku. Odvozená rozdělení jsou důležitá pro správné stanovení náhodné síly přenášené jedním vláknem a také síly přenášené všemi vlákny přemost'ujícími trhlínu v náhodně vyztuženém kompozitu. Získané analytické vztahy byly využity v numerickém příkladu, který ukazuje odhad střední odezvy a rozptylu trhliny přemostěné vlákna a vliv variability náhodného počtu vláken na celkovou odezvu. Možné rozvíjení tématu lze spatřovat v řešení následujících problémů:

1. zavedení nových okrajových podmínek, které lépe vystihují skutečné rozmístění vláken v reálných kompozitech (např. shluky, výrobní vlivy – natočení ve směru toku směsi, zrání kompozitu)
2. použití dalších funkcí odezvy vláken pro různé typy drátků/vláken (drátky tvarované, deformované, apod.)
3. vytvoření komplexní úlohy zahrnující více interagujících jevů najednou

V kapitole 3 byly získány statistiky (střední hodnoty a směrodatné odchylky) a histogramy náhodných veličin potřebných pro stanovení odhadu střední odezvy vytahování (pullout) vlákna z matrice. Pro automatizaci vyhodnocování experimentálních dat vznikl softwarový nástroj s uživatelským rozhraním YMBMicro, který byl vytvořen během pobytu uchazeče na RWTH Aachen. Výsledky získané pomocí této aplikace jsou připraveny pro použití s programem SPIRRID, který je popsán v kapitole 4 pro získání odhadu střední odezvy daného vlákna při vytahování z cementové matrice. Práce poskytuje následující náměty k další práci:

1. grafické porovnání snímků z elektronového mikroskopu s daty
2. identifikace spojitých hustot pravděpodobnosti pro aproximaci získaných histogramů

3. interpolace průběhu vláken funkcí vyššího řádu (nyní je použita lineární interpolace mezi jednotlivými řezy)
4. generování virtuálního modelu svazku vláken na základě získaných statistik
5. porovnání predikované střední odezvy s výsledky experimentů na svazcích skleněných vláken zalitých do cementové matrice pro ověření možností tohoto přístupu predikovat odezvu svazku

V kapitole 4 byl popsán výpočet statistik náhodné veličiny, která je funkcí nezávislých náhodných veličin (např. funkce odezvy vlákna/svazku). Byla představena nová metoda a tato byla spolu s dalšími postupy porovnána co do výkonnosti, přesnosti a účinnosti. Způsob implementace studované funkce náhodných veličin v programovacím jazyce Python byl předveden na jednoduchém modelu dvoupametrické funkce odezvy. Univerzální implementace pro výpočet statistik funkcí s více náhodnými veličinami vznikla ve spolupráci s RWTH Aachen a nese název **SPIRRID**. Tento balíček obsahuje implementaci v jazyce Python s využitím balíčku **numpy** a také implementaci v jazyce C. Díky balíčku **Enthought ETS** a dalších Pythonovských knihoven vznikla flexibilní, konfigurovatelná a dostatečně výkonná aplikace pro výpočet vícerozměrných integrálů, která je snadno doplnitelná o grafické uživatelské rozhraní. Další náměty k pokračování tématu:

1. přidání nových metod diskretizace domény náhodných veličin
2. optimalizace dalších výpočtově náročných částí kódu pomocí programovacího jazyka C

Moduly **YMBMicro** a **SPIRRID** je možné jednoduše propojit a získat tak komplexní aplikaci pro odhad střední odezvy svazku skleněných vláken.

Zdrojové kódy obou aplikací jsou dostupné ke stažení z online repozitáře na adrese <https://github.com/simvisage>:

1. **SPIRRID** – repozitář `spirrid`,
2. **YMBMicro** – repozitář `simvisage` – `quaducm/quaducm/micro/ymb_micro`.

Literatura

- [1] R. Chudoba, I. Focke, B-G. Kang, and V. Sadílek. Abbildung der verbundstruktur aus rem-aufnahmen im geometrischen 3d modell als basis für die modellierung des trc-verbundverhaltens auf der mikroebene. In Manfred Curbach and Regine Ortlepp, editors, *6. Kolloquium zu textilbewehrten Tragwerken – 6th Colloquium on Textile Reinforced Structures (CTRS6)*, pages 61–72, Berlin, Germany, 2011a. Bundesanstalt für Materialprüfung (BAM), Technische Universität Dresden. ISBN 978-3-86780-245-1.
- [2] R. Chudoba, I. Focke, B-G. Kang, V. Sadílek, and M. Vořechovský. Reproduction of the 3d bond microstructure from sem micrographs as a basis for the modeling of the representative behavior of a crack bridge in trc. In et al Filho, editor, *2nd International RILEM Conference on Strain Hardening Cementitious Composites*, pages 355–362, Rio de Janeiro, Brazil, 2011b. RILEM, RILEM Publications S.A.R.L. Bagneux, France. ISBN 978-2-35158-120-9.
- [3] R. Chudoba, V. Sadílek, R. Rypl, and M. Vořechovský. Using Python for scientific computing: an efficient and flexible evaluation of the statistical parameters of functions with multivariate random inputs. *Journal of Computer Physics Communications*, In review. [IF = 2.300].
- [4] J. Hegger and S. Voss. Investigations on the bearing behaviour and application potential of textile reinforced concrete. *Engineering Structures*, 30(7):2050–2056, 2008. ISSN 0141-0296. doi:10.1016/j.engstruct.2008.01.006.
- [5] B. Kang, I. Focke, W. Brameshuber, and W. Benning. Quantitative räumliche auswertung der mikrostruktur eines in beton eingebetteten multifilamentgarns. *4th Colloquium on Textile Reinforced Structures*, pages 247–260, 2009.
- [6] R. Rypl, M. Vořechovský, V. Sadílek, and J. Hegger. Probabilistic modeling of short fiber reinforced composites: asymptotic evaluation of a crack bridge performance. In Andrzej Winnicki and Szymon Serega, editors, *7th International Conference Analytical Models and New Concepts in Concrete and Masonry Structures 2011, held in Kraków, Poland*, pages 311–312, Kraków, Poland, 2011. Concrete Structures Section at the Committee on Civil Engineering and Hydro-engineering of the Polish Academy of sciences. ISBN 978-83-7242-603-1.
- [7] Patrick Stähli, Rocco Custer, and Jan G. M. Mier. On flow properties, fibre distribution, fibre orientation and flexural behaviour of FRC. *Materials and Structures*, 41(1):189–196, 2007. ISSN 1359-5997. doi:10.1617/s11527-007-9229-x.

-
- [8] M. Vořechovský and V. Sadílek. Probabilistic determination of the number of fibers bridging a crack in short fiber reinforced composites. *BAM – Bulletin of Applied Mechanics*, 7(25):21–25, 2011a. ISSN 1801-1217.
- [9] M. Vořechovský and V. Sadílek. Probabilistic determination of number of fibers bridging a crack in short fiber reinforced composites. In *Mechanika kompozitních materiálů a konstrukcí, held in Prague, Czech Republic*, Prague, Czech Republic, 2011b. České vysoké učení technické v Praze, Fakulta strojní and Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta aplikovaných věd and Česká společnost pro mechaniku.
- [10] M. Vořechovský and V. Sadílek. Náhodný počet vláken protínajících rovinu trhliny ve vláknobetonu. In Jaroslava Ledererová, Miroslav Svoboda, and Jindra Drotterová, editors, *Ecology and new building materials and products, XV. International Conference of Research institute of Building Materials, held in Telč, Czech Republic*, pages 233–236, full papers on CD-ROM, Telč, Czech Republic, 2011c. Research Institute of Building Materials, Research Institute of Building Materials. ISBN 978-80-87397-06-0.
- [11] M. Vořechovský, V. Sadílek, and R. Rypl. Probabilistic evaluation of a crack bridge performance in fiber reinforced composites. In Luboš Náhlík, Michal Zouhar, Martin Ševčík, Stanislav Seitl, and Zdeněk Majer, editors, *Applied Mechanics 2011, held in Velké Bílovice, Czech Republic*, pages 243–246, Velké Bílovice, Czech Republic, 2011. Ústav fyziky materiálů AV ČR, Ústav fyziky materiálů AV ČR. ISBN 978-80-87434-03-1.
- [12] M. Vořechovský, V. Sadílek, R. Rypl, and R. Chudoba. Probabilistic modeling of the crack bridge performance in short fiber reinforced composites. In Abdel-Monem El-Batahy and Mohamed Waly, editors, *1st Interquadrennial ICF Conference in Middle East and Africa – Processing, Performance and Failure of Engineering Materials*, pages 237–245, Luxor, Egypt, Nov 14-17, 2011.
- [13] Kun Zhou and Jianzhong Lin. Three dimensional fiber orientation distribution in two dimensional flows. *Fibers and Polymers*, 9(1):39–47, 2008. ISSN 1229-9197. doi:10.1007/s12221-008-0007-3.

Summary

The thesis focuses on selected problems in composites with quasi-brittle or brittle matrix and reinforced with short fibers or textiles. It is divided into three parts: (i) derivation of the probabilistic density functions for a random number of fibers bridging a crack in a composite and evaluation of the random force carried by these fibers; (ii) statistical analysis of experimentally obtained data of AR-glass yarns embedded in a matrix and evaluation of yarn parameters needed for prediction of the mean (pull-out) response and; (iii) implementation of multidimensional integration designed for evaluation of statistical characteristics (mean value, standard deviation) of functions with random inputs in high-level programming language Python.

Životopis

Osobní údaje

Václav Sadílek

Ústav stavební mechaniky
Fakulta stavební
Vysoké učení technické v Brně
Veveří 95
662 37 Brno
Česká republika

Tel.: (+420) 541 147 131
E-mail: sadilek.v@fce.vutbr.cz

Narozen 20.12.1983, Vysoké Mýto, Česká republika
Svobodný, národnost Česká

Vzdělání

- od 09/2008 Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavební mechaniky, doktorský studijní program, obor: Konstrukce a dopravní stavby, téma: Statistické aspekty moderních kompozitních materiálů
- 09/2003–06/2008 Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavební mechaniky, obor Konstrukce a dopravní stavby, magisterské studium „Ing.“, diplomová práce: „Modelování statisticko-energetického vlivu velikosti betonových konstrukcí pomocí výpočtové mechaniky“
- 09/1995–06/2003 Gymnázium, Vysoké Mýto

Pracovní zkušenosti

- od 09/2009 Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav stavební mechaniky
- 01/2009–06/2010 JAPE-projekt, Brno, modelování RFEM (např. AZ Tower, OC Nová Karolina), výkresy tvarů, 3D modely, schémata výztuže
- 12/2007–01/2008 JAPE-projekt, Brno, armovací schémata (Lázně Bělohrad)
- 08/2007–09/2007 JAPE-projekt, Brno, výrobní dokumentace (prodejna Česká Lípa)
- 09/2005–06/2007 Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební – modelování v programu Atena a zpracování výsledků
- 06/2006–08/2006 Statická kancelář Kuruc, Brno – tvorba výkresové dokumentace (výkresy tvarů a armovací výkresy, Kopečná)
- 03/2006 Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební – Sazba a kontrola manuálu na PC (L^AT_EX 2_ε)

Pedagogická praxe

- od 09/2008 Ústav stavební mechaniky, Fakulta stavební, Vysoké učení technické v Brně:
BD03 – Statika stavebních konstrukcí I
BD04 – Statika stavebních konstrukcí II (česky, anglicky)
BD02 – Pružnost a pevnost
CD06 – Teorie spolehlivosti
CD04 – Spolehlivost konstrukcí

Ocenění

- 06/2008 Uznání děkana fakulty stavební VUT v Brně za vynikající studijní výsledky a za vzorně vypracovanou diplomovou práci a její obhajobu
- 06/2008 Čestné uznání ČBS za vynikající diplomovou práci v oboru betonu a betonových konstrukcí za rok 2008 v kategorii „Technologie betonu“

06/2008 Medaile „Signum prosperitatis“ za studijní a vědecko-výzkumné aktivity od děkana fakulty stavební VUT v Brně

Pobyty, kurzy

02/2012 Socrates/Erasmus, RWTH Aachen, Německo (27.2.-2.3.)
05/2011 Socrates/Erasmus, RWTH Aachen, Německo (17.5.-25.5.)
09/2010–12/2010 Pracovní stáž Erasmus, RWTH Aachen, Německo
09/2010 Kurz *Modeling of Localized Inelastic Deformation*, prof. Milan Jirásek, ČVUT Praha
2010 Socrates/Erasmus, RWTH Aachen, Německo (23.5.–5.6., 1.8.–8.8.)
08/2009 PhD kurz *Summer Academy 09*, Bauhaus-University Weimar, téma: Validation of Numerical Models, TU Vídeň
09/2008 Atena Advanced User Seminar, Červenka consulting Ltd., Praha

Výzkumné projekty

od 2010 GAČR GCP105/10/J028, název: Vývoj a implementace výpočtové platformy pro simulaci kvazi-duktilních kompozitů kombinujících krátká vlákna se strukturovanou průběžnou výztuží
od 2009 GAČR GD103/09/H085, doktorský grant, název: Moderní kompozitní konstrukce
2011 Specifický výzkum číslo FAST-S-11-56: Predikce náhodné pevnosti konstrukcí z vláknobetonu a textilního betonu
2010 FRVŠ 2378/2010/G1, Řešené úlohy z oblasti spolehlivosti stavebních konstrukcí
2010 Specifický výzkum číslo FAST-S-10-37: Analýza spolehlivosti konstrukcí s kvazikřehkou maticí s využitím lomových testů a identifikace parametrů
2010 Specifický výzkum FAST-J-10-3: Vliv heterogenity a prostorové proměnlivosti materiálových parametrů na šíření trhlin z hladkého líce a zářezu v betonu

Znalost cizích jazyků

čeština – rodný jazyk
anglický jazyk – středně pokročilá
německý jazyk – mírně pokročilá

Znalost práce na PC

MS Windows, MS DOS, Linux
MS Office, OpenOffice, AutoCAD, Cadkon RCD, Ansys, Graitec – Advanced Concrete, Atena, FReET, openTURNS, Nexis, RFEM, Rhinoceros, CorelDRAW, Inkscape, Photoshop, Gimp, Gnuplot, Matplotlib, GID, Maple, Mayavi, Paraview
L^AT_EX, html, css, Python (Enthought), C/C++

V Brně, 12. března 2012
Václav Sadílek